

ΤΕΙ ΛΑΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ

ΦΥΣΙΚΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

ΣΥΓΓΡΑΦΗ :

Σ. ΡΟΥΛΗΣ

ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ :

Γ. ΦΕΚΑΣ

ΔΙΟΡΘΩΣΕΙΣ ΚΕΙΜΕΝΟΥ :

Γ. ΜΠΟΥΡΓΑΝΟΣ

Α. ΤΣΟΡΤΟΣ

Α. ΚΑΝΑΠΙΤΣΑΣ

Κανόνες για τις εργασίες στο Εργαστήριο της Φυσικής

Ο σπουδαστής θα πρέπει να έχει μερικά βοηθητικά μέσα, έτσι ώστε να πραγματοποιήσει τις ασκήσεις στο Εργαστήριο Φυσικής. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής τσέπης με τις απλές συναρτήσεις, όπως τον δεκαδικό και τον νεπέριο λογάριθμο, τις τριγωνομετρικές και τις εκθετικές συναρτήσεις και φυσικά τους τέσσερις απλούς τρόπους υπολογισμού, είναι ένα σύγχρονο και πολύ βοηθητικό μέσο. Επίσης απαραίτητα είναι και ένας διαβήτης, ένας χάρακας, ένα μοιρογνωμόνιο, ένα καμπυλόγραμμο και χιλιοστομετρικό χαρτί.

Για την επιτυχία μιας άσκησης στο Εργαστήριο θα πρέπει να υπάρξει και μια κάποια προετοιμασία από το σπίτι από μέρος του σπουδαστή, ο οποίος θα ασχοληθεί με το αντικείμενο της συγκεκριμένης άσκησης. Για τον σκοπό αυτόν όλες οι ασκήσεις αποτελούνται από ένα θεωρητικό και από ένα πρακτικό μέρος. Ποτέ δεν είναι αρκετή ούτε η πράξη ούτε η θεωρία αλλά και τα δύο αυτά μαζί συνθέτουν μια ολοκληρωμένη άσκηση.

Τα εξαρτήματα της άσκησης θα βρίσκονται είτε πάνω στο τραπέζι εργασίας είτε σε ένα ντουλάπι κοντά στο τραπέζι εργασίας. Ο σπουδαστής οφείλει να γνωρίζει τα εξαρτήματα της άσκησης και την σημασία αυτών και να είναι σε θέση να κατασκευάσει το πειραματικό μέρος της άσκησης. Θα πρέπει λοιπόν πρώτα να σκεφτεί και μετά να πράξει και ποτέ αντίστροφα!!

Στο γραπτό σημειώνεται η διαδικασία διεξαγωγής του πειράματος. Επομένως η πρώτη καταγραφή είναι και η οριστική καταγραφή. Σημειώνεται κάθε φάση της πειραματικής διαδικασίας και πέρα από την ονομασία του πειράματος και την ημερομηνία διευκρινίζεται ο σκοπός του πειράματος και κατασκευάζεται το σκίτσο της πειραματικής διάταξης. Η καταγραφή των περιβαλλοντικών συνθηκών (θερμοκρασία, βαρομετρική πίεση, σχετική υγρασία) είναι απαραίτητη σε μερικές περιπτώσεις. Ο σπουδαστής από το σπίτι του θα πρέπει να κατασκευάσει έναν πίνακα ο οποίος θα περιέχει τόσο τις τιμές από τις μετρήσεις όσο και τις υπολογισμένες τιμές, μαζί και αυτές τις τιμές οι οποίες θεωρούνται εξωπραγματικές. Στην κορυφή του πίνακα αναφέρονται το σύμβολο και η μονάδα μέτρησης του μετρούμενου μεγέθους.

Συνήθως οι τιμές των μετρήσεων δεν είναι οι τιμές αυτού του μεγέθους, το οποίο πρόκειται να προσδιοριστεί από το πείραμα. Το μέγεθος του προσδιορισμού θα πρέπει να υπολογιστεί μέσω μιας εξίσωσης. Για τον λόγο αυτόν γίνεται χρήση ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Με βάση την ακρίβεια των τιμών μέτρησης και των υπολογιζόμενων σφαλμάτων, υπολογίζεται και η απαραίτητη προσπάθεια. Σε πολλές περιπτώσεις ζητείται η συναρτησιακή σχέση δύο μεγεθών ή ζητείται ο προσδιορισμός μιας ή περισσότερων σταθερών μέσα από την γνωστή σχέση, εφόσον η σχέση αυτή είναι γνωστή. Τότε τα αποτελέσματα των μετρήσεων θα πρέπει να αποδωθούν γραφικά. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιείται κατάλληλο χαρτί συντεταγμένων. Στην πιο απλή περίπτωση, η τετμημένη και η τεταγμένη είναι διαιρεμένες γραμμικά σε χιλιοστά (mm) (το χαρτί αυτό ονομάζεται χιλιοστομετρικό χαρτί). Σε ειδικές περιπτώσεις η μια ή και οι δύο συντεταγμένες είναι λογαριθμικά ή εκθετικά υποδιαιρεμένες και σ' αυτές τις περιπτώσεις στις υποδιαιρέσεις των συντεταγμένων αναγράφεται το ίδιο το μέγεθος και όχι ο λογάριθμος κλπ. Συνεπώς είναι λάθος στους άξονες να γράφεται 100G αφού το G είναι το μέγεθος που ενδιαφέρει.

Ο χαρακτηρισμός των γραφικών παραστάσεων έχει ιδιαίτερη σημασία. Εκτός από την πληροφορία του παρισταμένου μεγέθους μπορούν να σημειωθούν και άλλες σχετικά σημαντικές πληροφορίες.

Τα σημεία μέτρησης, τα οποία σημειώνονται στο σύστημα συντεταγμένων, κυμαίνονται γύρω από την 'πραγματική καμπύλη'. Γι'αυτό μεταξύ των σημείων μέτρησης χαράσσεται μια ευθεία ζυγοστάθμισης. Δι'αυτού μπορεί να αποφευχθεί ο αντίστοιχος χρονοβόρος μαθηματικός υπολογισμός.

Σε περίπτωση που από την σχέση δύο μεγεθών πρόκειται να προσδιοριστεί ένα τρίτο μέγεθος, τότε ο υπολογισμός δεν γίνεται με τα ζεύγη των τιμών μέτρησης, αλλά με ζεύγη τιμών της καμπύλης ή της ευθείας ζυγοστάθμισης. Η εξεύρεση της μέσης τιμής με την βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή αποτελεί αυτονόητα τον πιο απλό τρόπο.

Αβεβαιότητα των μετρήσεων – Σφάλματα

‘Μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους’ σημαίνει ‘Σύγκριση με μια μονάδα του μεγέθους’. Αν η σύγκριση αυτή επαναληφθεί κάτω από τις ίδιες συνθήκες, τότε οι τιμές μέτρησης θα διαφέρουν μεταξύ τους, συνεπώς θα διαφέρουν και από την πραγματική τιμή του μεγέθους μέτρησης. Το πρόβλημα εστιάζεται μέσα στο ότι, από τις τιμές μέτρησης θα πρέπει να προσδιοριστεί η σωστότερη δυνατή τιμή για την πραγματική τιμή του μεγέθους μέτρησης και ένα μέτρο για την αβεβαιότητα της τιμής αυτής. Το αποτέλεσμα της μέτρησης αποτελείται μετά απ'αυτή την σωστότερη δυνατή τιμή και την αβεβαιότητά της.

Στις αποκλίσεις μέτρησης γίνεται διάκριση μεταξύ των συστηματικών και των τυχαίων αποκλίσεων. Τα στατιστικά σφάλματα αποτελούν μια ολόκληρη θεωρία η οποία στο σημείο αυτό δεν μπορεί να αναπτυχθεί.

Τα συστηματικά σφάλματα μπορούν να προκαλούνται από:

Α) Λανθασμένη βαθμολόγηση των χρησιμοποιημένων οργάνων μέτρησης, π.χ. όταν το 'μέτρο έχει μήκος 999mm ή 1002mm, ή όταν η υποδιαίρεση της κλίμακας δεν είναι ομοιόμορφη'. Τα σφάλματα κατά την βαθμολόγηση δεν αναγνωρίζονται εύκολα και προαπαιτούν ειδικό έλεγχο των οργάνων μέτρησης. Η ανομοιόμορφη υποδιαίρεση της κλίμακας ενός μέτρου διαπιστώνεται εύκολα, εφόσον για την μέτρηση χρησιμοποιείται κάθε φορά μια άλλη περιοχή του μέτρου.

Β) Την μέθοδο μέτρησης ή από δευτερεύουσες συνθήκες που δεν λήφθηκαν υπόψιν. Έτσι π.χ. κατά την μέτρηση της διαμέτρου ενός λαστιχένιου σωλήνα με το διαστημόμετρο ο σωλήνας παραμορφώνεται λόγω της πίεσης των σταγονιών. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων είναι μικρότερα από την πραγματική διάμετρο.

Η εκτίμηση των συστηματικών αποκλίσεων, οι οποίες επηρεάζουν το αποτέλεσμα μονόπλευρα, απαιτεί κριτική ανάλυση όλων των σχετικών συνθηκών: τις ατέλειες του αντικειμένου μέτρησης, των οργάνων μέτρησης, της μεθόδου μέτρησης και αξιολόγησης, των περιβαλλοντικών συνθηκών και τέλος των προσωπικών ατελειών του παρατηρητή. Ο παρατηρητής οφείλει να αναγνωρίσει τις συστηματικές αποκλίσεις, να τις παρακάμψει ή να τις ελαχιστοποιήσει, οπωσδήποτε όμως να υπολογίσει την επίδρασή τους πάνω στο τελικό

αποτέλεσμα και σύμφωνα με αυτά να διορθώσει το αποτέλεσμα μέτρησης. Η διόρθωση έχει την ίδια απόλυτη αριθμητική τιμή όπως η αποκλιση, αλλά αντίθετο πρόσημο.

Άσκηση M1

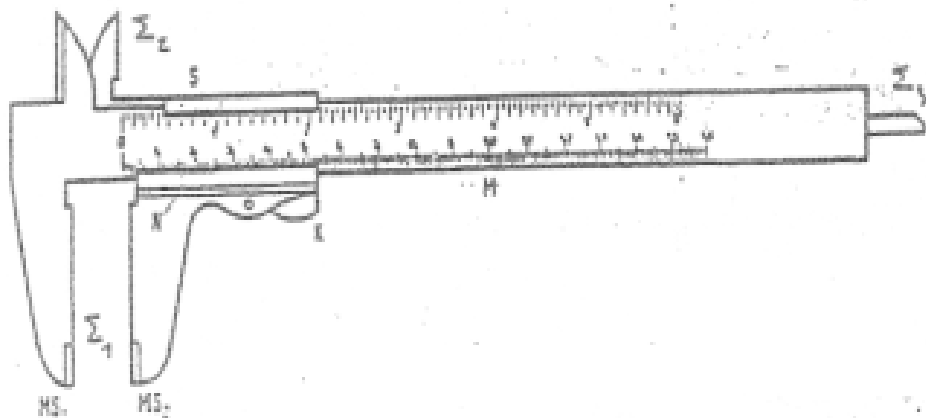
Θεωρητικό μέρος

Μήκος και μάζα (βάρος)

Όργανα μέτρησης μήκους

Διαστημόμετρο

Με το διαστημόμετρο μετράμε μήκη μέχρι και μερικά μέτρα, σε χαμηλές απαιτήσεις ως προς την ακρίβεια. Το κύριο μέρος του διαστημομέτρου είναι η κλίμακα M, η οποία είναι βαθμολογημένη σε χιλιοστά (mm) και στην οποία είναι ορθογώνια τοποθετημένη η σταγόνα μέτρησης MS1. Η κλίμακα χρησιμεύει ταυτόχρονα και ως οδηγός για τον σύρτη S1, ο οποίος συνδέεται συμπαγώς με την σταγόνα μέτρησης MS2. Ο σύρτης φέρει μια δεύτερη δοθητική κλίμακα και στην μορφή αυτή ονομάζεται 'βερνιέρος'.



Σχήμα 1 – Διαστημόμετρο (M – Κύρια κλίμακα, N – Βερνιέρος)

Η κλίμακα του βερνιέρου είναι υποδιαιρεμένη σε 10 ίσα τμήματα, ενώ ολόκληρο το μήκος της ισούται με 9 υποδιαιρέσεις, δηλαδή με 9 χιλιοστά της κύριας κλίμακας.

Με σ το μήκος μιας υποδιαίρεσης της κύριας κλίμακας ($= 1 \text{ mm}$), τ το μήκος μιας υποδιαίρεσης της κλίμακας του βερνιέρου, n τον αριθμό των υποδιαιρέσεων της κλίμακας του βερνιέρου και $n-1$ τον αριθμό των υποδιαιρέσεων της κύριας κλίμακας, προκύπτει

$$(n-1) \cdot \sigma = n \cdot \tau \quad \text{και} \quad \text{επομένως} \quad \delta = \sigma - \tau = \frac{\sigma}{n} =$$

$$(1 - 0.1) \text{ mm} = \frac{1 \text{ mm}}{10} = 0.1 \text{ mm}$$

Το μέγεθος δ ονομάζεται σταθερά του βερνιέρου.

Ως προς την χρήση του δυναμομέτρου, αναφέρονται και αναλύονται μερικά παραδείγματα:

Σε περίπτωση που οι μηδενικές γραμμές της κύριας κλίμακας και της κλίμακας του βερνιέρου συμπίπτουν, η απόσταση της πρώτης γραμμής του βερνιέρου από την πρώτη γραμμή της κύριας κλίμακας είναι 0.1mm, αυτή της δεύτερης γραμμής του βερνιέρου από την δεύτερη γραμμή της κύριας κλίμακας είναι 0.2mm κλπ. Κατά την μετατόπιση του σύρτη, π.χ. κατά 0.4mm, η τέταρτη γραμμή της κλίμακας του βερνιέρου θα πρέπει να συμπίπτει με την τέταρτη γραμμή της κύριας κλίμακας. Αλλά υπάρχει και μια δεύτερη δυνατότητα εξεύρεσης του ίδιου αποτελέσματος: Η τέταρτη γραμμή της κύριας κλίμακας, η οποία συμπίπτει με κάποια γραμμή της κλίμακας του βερνιέρου, είναι ίση με 4mm. Η απόσταση αυτή είναι ίση με την ζητούμενη συν την απόσταση που δείχνει ο βερνιέρος. Στον βερνιέρο αναγνωρίζεται $n = 4$. Επομένως ισχύει:

$$4mm = x + n * 0.9mm \Rightarrow x = 4mm - 4 * 0.9mm = (4 - 3.6)mm = 0.4mm$$

Γενικεύοντας τις παραπάνω περιπτώσεις προκύπτει:

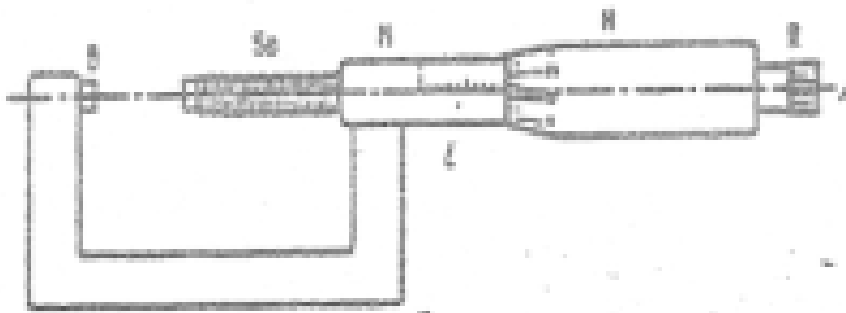
Η ζητούμενη απόσταση ισούται με την ακέραιη υποδιαίρεση της κύριας κλίμακας (η οποία βρίσκεται αριστερά πάνω από την μηδενική γραμμή του βερνιέρου) συν το γινόμενο της σταθεράς του βερνιέρου και την νιοστή υποδιαίρεση του βερνιέρου, δηλαδή $x = x_k + n * \delta$

Υποτίθεται ότι η υποδιαίρεση n του βερνιέρου συμπίπτει με μια υποδιαίρεση της κύριας κλίμακας. Αλλά μεγάλη πιθανότητα σύμπτωσης έχουν και οι υποδιαίρεσεις $(n-1)$ και $(n+1)$. Συνεπώς ως μέγιστο σφάλμα ανάγνωσης μπορεί να θεωρηθεί συν/πλην μια υποδιαίρεση, δηλαδή $\pm \delta$.

Μικρόμετρο

Τα μικρόμετρα, τα οποία προβλέπονται για την μέτρηση εξωτερικών διαστάσεων, έχουν την τυπική μορφή του παρακάτω σχήματος. Ένα πεταλοειδές μεταλλικό τεμάχιο φέρει στο ένα άκρο το κυλινδρικό περικόχλιο M , του οποίου ο άξονας A είναι κάθετος στο σκέλος και ο οποίος βρίσκεται στο επίπεδο του πεταλοειδούς. Μέσα στο περικόχλιο είναι η άτρακτος SP , της οποίας το βήμα συνήθως είναι 0.5mm ή 1mm. Η άτρακτος είναι στερεά συνδεδεμένη με το τύμπανο H , το οποίο περιβάλλει το περικόχλιο M .

Περιστρέφοντας το τύμπανο H κατά μια στροφή, τότε η άτρακτος SP κινείται σύμφωνα με το βήμα του στην διεύθυνση του άξονα. Πάνω στο περικόχλιο M είναι εκτυπωμένη μια κλίμακα, της οποίας η θέση του μηδενός είναι έτσι ρυθμισμένη, ώστε κατά την επαφή της άτρακτος SP με το σημείο B να βρίσκεται στο μετωπικό επίπεδο του τυμπάνου.



Σχήμα 3 – Μικρόμετρο (Sp – άτράκτος, M – περικόχλιο, H – περίβλημα, A – άξονας της ατράκτου)

Μια πλήρης περιστροφή της ατράκτου (κοχλία) σημαίνει την μετατόπιση του τυμπάνου κατά 0.5mm (βήμα 0.5mm) ή κατά 1mm (βήμα 1mm) κατά μήκος του άξονα και επομένως κατά μήκος της κύριας κλίμακας. Αυτό σημαίνει ότι μια μεταβολή της απόστασης κατά 10^{-2} mm μπορεί να παρακολουθηθεί με βεβαιότητα.

Η σταθερά του τυμπάνου δ ισούται με το μήκος, το οποίο διανύει το χείλος του τυμπάνου πάνω στην κύρια κλίμακα. Γι'αυτό ισχύει $\delta = \frac{V}{n}$ όπου ν είναι το βήμα του

κοχλία και n ο αριθμός υποδιαίρέσεων του τυμπάνου. Με $v = 0.5\text{mm}$ και $n = 50$ προκύπτει $\delta = 10^{-2}\text{mm}$. Η ίδια τιμή προκύπτει και με $v = 1.0\text{mm}$ και $n = 100$.

Για την μέτρηση το αντικείμενο μέτρησης τοποθετείται και στερεώνεται ανάμεσα στο σημείο B και στην άτράκτο SP. Μετά, πάνω στην κλίμακα του περικοχλίου, αναγνωρίζεται ο αριθμός X_k των συμπληρωμένων περιστροφών, ενώ πάνω στην κλίμακα του τυμπάνου ο αριθμός m του κλάσματος της περιστροφής. Δι'αυτού για την τιμή της μέτρησης προκύπτει $x = x_k + m \cdot \delta$

Στην παραπάνω σχέση, έγινε η υπόθεση ότι το κλάσμα της υποδιαίρεσης του τυμπάνου είναι m. Αλλά μεγάλη πιθανότητα ορθής ανάγνωσης έχουν και οι υποδιαίρέσεις (m-1) και (m+1). Άρα το μέγιστο δυνατό σφάλμα είναι $\pm \delta$. Δι'αυτού το τελικό αποτέλεσμα θα πρέπει να σημειωθεί ως εξής:

$$\begin{aligned} x &= (x_k + m \cdot \delta) \pm \delta \Rightarrow \\ x &= (2.10 + 49 \cdot 10^{-2})\text{mm} \pm 0.01\text{mm} \Rightarrow \\ &(2.59 \pm 0.01)\text{mm} \end{aligned}$$

Οι κλίμακες παλαιών και κακώς χειριζομένων μικρομέτρων, παρότι ο κοχλίας εφάπτεται με το σημείο B, δεν βρίσκονται στην θέση του μηδενός. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε μέτρηση υπάρχει ένα συστηματικό σφάλμα. Άρα 'η θέση του μηδενός' θα πρέπει να καθοριστεί ξεχωριστά. Για αυτό, ο κοχλίας περιστρέφεται μέχρι την επαφή B και αναγνωρίζονται τόσο το Xκο όσο και Mo. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται 'μετατόπιση του μηδενός'. Η μετατόπιση αυτή μπορεί να είναι είτε θετική είτε αρνητική και αυτό είναι κάτι το οποίο θα πρέπει να ληφθεί υπόψη από τον πειραματιστή.

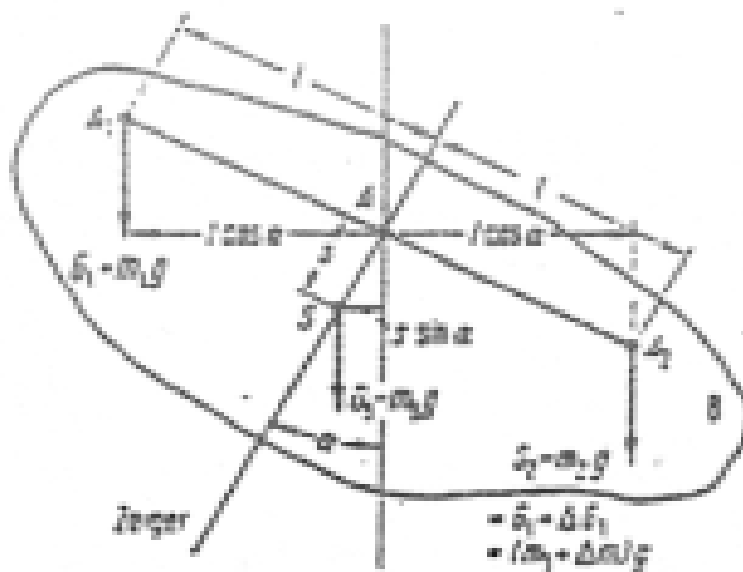
Η αιτία για το φαινόμενο της 'μετατόπισης του μηδενός' είναι ο κακός χειρισμός του μικρομέτρου. Για την αποφυγή βλαβών, στο αξιώτατο άκρο του τυμπάνου της ατράκτου μέτρησης, η οποία είναι κατασκευασμένη με μεγάλη ακρίβεια, έχει προστεθεί από τον κατασκευαστή η ροκάνα R. Αν η ροπή στρέψης στην ροκάνα R υπερβεί ένα ορισμένο όριο, τότε η ροκάνα R περιστρέφεται, αλλά δεν είναι σε θέση να μεταδώσει την κίνησή της στο τύμπανο H. Για τον λόγο αυτό, η άτρακτος (κοχλίας) μέτρησης δεν θα πρέπει ποτέ να ρυθμίζεται με βάση το τύμπανο H, αλλά μόνο με βάση την ροκάνα R. Μόνο έτσι αποφεύγεται η καταστροφή του κοχλίου και αποτρέπεται η μετατόπιση του μηδενός.

Μέτρηση μήκους

Η μέτρηση του μήκους είναι ένα από τα παλαιότερα προβλήματα μέτρησης. Η μονάδα του μήκους είναι το μέτρο (1m), και ορίζεται ως το μήκος εκείνης της απόστασης, η οποία διανύεται από το φως στο κενό στην διάρκεια των $\frac{1}{299792458}$ δευτερολέπτων. Άρα το μέτρο εξαρτάται μετρολογικά από την ταχύτητα του φωτός.

Ζυγός

Ο πιο απλός ζυγός είναι ένας μοχλός με τρεις βραχίονες. Ο βραχίονας B (ο οποίος θα μπορούσε να έχει μια οποιαδήποτε μορφή με μικρή μάζα σε μεγάλη αντοχή κάμψης) μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα A, ο οποίος δεν περνά από το κέντρο βάρους S.



Σχήμα 4 – Ο ζυγός ως μοχλός με τρεις βραχίονες A-A1, A-A2 και A-S

Καθόσον το κέντρο βάρους S βρίσκεται κάτω από τον άξονα A, η φάλαγγα ισορροπεί. Το σημείο S τοποθετείται κάτω από τον άξονα A (θέση μηδενός). Εφόσον η φάλαγγα περιστραφεί κατά μια γωνία α , δρά μια ροπή επαναφοράς η οποία προκαλεί μια ταλάντωση γύρω από την θέση του μηδενός. Η απόσταση AS είναι ο τρίτος βραχίονας της φάλαγγας. Στους άξονες περιστροφής A_1 και A_2 (οι οποίοι έχουν ίση απόσταση L από τον άξονα A και μαζί του σχηματίζουν μια ευθεία) είναι τοποθετημένοι οι δίσκοι. Άρα τα σημεία A1 και A2 είναι τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων G_1 και G_2 . Η φάλαγγα ισορροπεί εφόσον το άθροισμα των ροπών στρέψης είναι μηδέν ή εφόσον το άθροισμα των αριστερόστροφων ροπών ισούται με το άθροισμα των δεξιόστροφων ροπών. Από την παραπάνω ισότητα, φαίνεται ότι σε περίπτωση που οι δύο μάζες είναι ίσες, η ένδειξη α του ζυγού είναι μηδέν, δηλαδή η φάλαγγα βρίσκεται σε θέση ισορροπίας.

Αναγωγή της δύναμης βαρύτητας στο κενό

Ένα σώμα όγκου V, το οποίο περιβάλλεται από ένα αέριο ή από ένα υγρό πυκνότητας ρ , δέχεται την επίδραση μιας δύναμης, η οποία έχει αντίθετη φορά από αυτή της βαρύτητας και ισούται με το γινόμενο της πυκνότητας επί τον όγκο επί την επιτάχυνση της βαρύτητας g. Για τον λόγο αυτόν, οι δυνάμεις οι οποίες εφαρμόζονται στα σημεία A_1 και A_2 του ζυγού δεν είναι το πραγματικό βάρος ούτε του σώματος ούτε του αντίβαρου. Τα βάρη αυτά είναι ελαττωμένα κατά την τιμή της άνωσης. Η συνθήκη ισορροπίας μεταξύ των δεξιόστροφων και των αριστερόστροφων ροπών τροποποιείται σχετικά.

Πρακτικό μέρος

Μήκος

Διαστημόμετρο

Αναγνώριση διαστημομέτρου – Εύρεση της σταθεράς του βερνιέρου (δ), του σφάλματος ανάγνωσης ($\sigma = \pm \delta$) και της μετάθεσης του μηδενός

Καταχωρήστε τα αποτελέσματα σε πίνακα

Βρείτε, χρησιμοποιώντας το διαστημόμετρο, το μήκος ενός διαστήματος εξωτερικά, ενός διαστήματος εσωτερικά και ενός διαστήματος εις βάθος, διαφόρων αντικειμένων. Διατυπώστε τις μετρήσεις σας στην μορφή της σχέσης $x = x_k + n * \delta$ και αποδώστε τα τελικά αποτελέσματα.

Εξάσκηση με διαστημόμετρο σε τυχαίες μετρήσεις δική σας επιλογής.

Μικρόμετρο

Αναγνώριση μικρομέτρου – Εύρεση της σταθεράς του μικρομέτρου (δ), του σφάλματος ανάγνωσης ($\sigma = \pm \delta$) και της μετάθεσης του μηδενός (μ). Καταχωρείστε τα αποτελέσματα σε πίνακα.

Βρείτε, χρησιμοποιώντας το μικρόμετρο, το μήκος δύο διαστημάτων δική σας επιλογής διατυπώστε τις μετρήσεις σας στην μορφή της σχέσης $x = x_k + m * \delta$ και αποδώστε τα τελικά αποτελέσματα.

Εξάσκηση με μικρόμετρο σε τυχαίες μετρήσεις δική σας επιλογής.

Ζυγός

Μέτρηση των μαζών τριών αντικειμένων δική σας επιλογής

Υπολογισμός των βαρών των αντικειμένων

Άσκηση M2

Σπειροειδές ελατήριο

Νόμος του Hooke και εξίσωση δυνάμεων

Μεταξύ της τάσης και της ελαστικής παραμόρφωσης ενός σώματος υπάρχει μια απλή σχέση, ο νόμος του Hooke:

Οι ελαστικές τάσεις και οι παραμορφώσεις είναι ανάλογες. Ειδικά, αν η εφαρμοζόμενη τάση (δύναμη ανα εμβαδόν) μηδενιστεί, τότε η παραμόρφωση εξαφανίζεται, δηλαδή το σώμα επιστρέφει στην αρχική του μορφή. Ο νόμος του Hooke είναι ένας εμπειρικός νόμος με περιορισμένη περιοχή ισχύος, και αυτό γιατί είναι σωστός μόνο σε μικρές παραμορφώσεις.

Για ένα σύρμα π.χ., με μήκος l , η διατομή S , στο οποίο εφαρμόζεται η δύναμη F , συνεπώς

$$\text{η τάση } \sigma = \frac{F}{S}, \text{ πειραματικά διαπιστώνεται ότι η επιμήκυνση είναι}$$
$$\Delta L = \frac{1}{E} * \sigma * L \Rightarrow$$
$$F = E * \frac{S}{L} * \Delta L$$

Όπου E είναι μια υλική σταθερά που καλείται μέτρο ελαστικότητας.

Κατά την επιμήκυνση ενός σπειροειδούς ελατηρίου, το υλικό καταπονείται προπαντός 'στρεπτικά'. Οι ελαστικές ιδιότητες του ελατηρίου αυτού καθορίζονται, εκτός από τις γεωμετρικές διαστάσεις του, από το μέτρο της στρέψης του υλικού. Επ'αυτού, μεταξύ της σταθεράς K του ελατηρίου, της διαμέτρου του σύρματος d , της μέσης διαμέτρου των σπειρών D , του αριθμού των σπειρών N και του μέτρου στρέψης G ισχύει η σχέση:

$$K = G * \frac{d^4}{8ND^3}$$

Η εφαρμοζόμενη στο ελατήριο εξωτερική δύναμη F προκαλεί την επιμήκυνση του ελατηρίου και ξεκινάει την δύναμη επαναφοράς, η οποία σχετίζεται άμεσα με την ίδια την επιμήκυνση και με την σταθερά του ελατηρίου K . Δι'αυτού προκύπτει η σχέση:

$$F = -K * x$$

Η δύναμη αυτή αποτελεί το ένα σκέλος της εξίσωσης δυνάμεων. Το δεύτερο σκέλος είναι – σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του NEWTON - $F = m * \ddot{x}$

Σύμφωνα με τις σχέσεις $F = -K * x$ και $F = m * \ddot{x}$, για την εξίσωση δυνάμεων $m * \ddot{x} = -K * x \Rightarrow$

λαμβάνεται:

$$\ddot{x} + \frac{K}{m} * x = 0$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η δύναμη επαναφοράς ισούται με το αρνητικό γινόμενο της σταθεράς του ελατηρίου επί την απόσταση της επιμήκυνσης. Η δύναμη αυτή

αποτελεί το ένα σκέλος της εξίσωσης των δυνάμεων. Το δεύτερο σκέλος είναι σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$$F = m\ddot{x}$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις $F = -kx$, για την εξίσωση δυνάμεων λαμβάνεται:

$$m\ddot{x} = -kx \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Εξίσωση κίνησης

Η εξίσωση κίνησης, $x = f(t)$ προκύπτει από την λύση της εξίσωσης δυνάμεων $m \cdot \ddot{x} = -K \cdot x \Rightarrow$

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$$

και είναι μια διαφορική εξίσωση, η οποία στο Α εξάμηνο δεν μπορεί να λυθεί, επειδή δεν έχουμε τις σχετικές μαθηματικές γνώσεις. Μπορεί να λυθεί με έναν πλάγιο τρόπο, ο οποίος συνίσταται στην λύση της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας. Γι'αυτήν ισχύει:

$$\frac{m}{2} \cdot u^2 + \frac{K}{2} \cdot x^2 = E \text{ όπου } E \text{ είναι η ολική ενέργεια, η οποία προκύπτει όταν } u = 0 \text{ και } x =$$

$$x_m. \text{ Επομένως ισχύει: } E = \frac{K}{2} \cdot x_m^2$$

$$\text{από την σχέση } x = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{k}} \cdot \eta\mu\left(\sqrt{\frac{K}{m}} \cdot t + \varphi_0\right) \text{ η κυκλική συχνότητα είναι: } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Από την παραπάνω σχέση της κυκλικής συχνότητας, για την περίοδο της ταλάντωσης θα προκύπτει: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$

Συνεπώς μια μάζα, η οποία στερεώνεται στο ελεύθερο άκρον ενός κατακόρυφα αναρτημένου ελατηρίου και στην οποία δίδεται μια ορισμένη ορμή, εκτελεί μια αρμονική ταλάντωση γύρω από την θέση ισορροπίας. Το μέγεθος Φ_0 είναι μια σταθερά ολοκλήρωσης και καθορίζει την απομάκρυνση x της μάζας από την θέση ισορροπίας την στιγμή της έναρξης της κίνησης.

Ενεργός μάζα

Όταν στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου δεν στηρίζεται κανένα σώμα, δηλαδή όταν έχουμε μηδενική μάζα ($m = 0$), τότε και η περίοδος της ταλάντωσης είναι μηδέν ($T = 0$). Το πόρισμα αυτό όμως δεν είναι σωστό, αφού και το ίδιο το ελατήριο έχει μάζα. Άρα η μάζα του ελατηρίου M_e θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν. Για την απόδειξη της ενεργούς συμμετοχής της μάζας του ελατηρίου στην ταλάντωση, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της

Ενέργειας, σύμφωνα με την οποία το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας θα πρέπει να είναι σταθερό.

$$\text{Η δυναμική ενέργεια του εκκρεμούς στην θέση } x \text{ είναι : } E_{\Delta} = \int_0^x kx dx = \frac{k}{2} * x^2$$

Η κινητική ενέργεια αποτελείται από δύο συνιστώσες, την κινητική ενέργεια του αναρτημένου σώματος και την κινητική ενέργεια του ελατηρίου. Επομένως ισχύει:

$$E_k = \frac{m}{2} * u^2 + E_{k,E} \text{ Για τον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας του ίδιου του ελατηρίου,}$$

θεωρούμε το ελατήριο διαιρεμένο σε πολλά μικρά κομμάτια μάζας dMe , στα οποία αντιστοιχεί το μήκος dL . Εφόσον η μάζα του σώματος έχει μετατοπιστεί από την θέση ισορροπίας κατά x και εφόσον η απόσταση του στοιχείου μάζας dMe από το σημείο ανάρτησης είναι L , τότε το σημείο αυτό θα εκτραπεί από την θέση ισορροπίας του κατά μια απόσταση η οποία θα ισούται με το πηλίκο της απόστασης κατά την οποία έχει μετατοπιστεί η μάζα m του σώματος (x) προς την απόσταση του στοιχείου μάζας dMe από το σημείο ανάρτησης (L).

Έτσι, για την ολική ενέργεια του εκκρεμούς, προκύπτει:

$$E_{ολ} = E_{\Delta} + E_k = E_{\Delta} + \frac{m}{2} * u^2 + \frac{1}{3} * \frac{mE}{2} * u^2 \Rightarrow$$

$$E_{ολ} = \frac{k}{2} * x^2 + \frac{1}{2} * \left(m + \frac{mE}{3}\right) * u^2$$

Συνεπώς, στην ταλάντωση το ελατήριο συμμετέχει με το $\frac{1}{3}$ της μάζας του. Η μάζα αυτή

καλείται ενεργός μάζα του ελατηρίου και είναι: $m_{ev} = \frac{m_E}{3}$

Τροποποιημένες σχέσεις

Το γεγονός ότι στην ταλάντωση συμμετέχει και η ενεργός μάζα του ελατηρίου, συνεπάγεται την τροποποίηση της εξίσωσης συνάμεων, της εξίσωσης κίνησης, της κυκλικής συχνότητας και δι' αυτού και της περιόδου ταλάντωσης.

Από την παραγωγή της ολικής ενέργειας ως προς τον χρόνο προκύπτει η τροποποιημένη εξίσωση δυνάμεων: $\left(m + \frac{mE}{3}\right) * \ddot{x} + kx = 0$

Αντί της εξίσωσης $x = \sqrt{\frac{2 * E}{k} * \eta \mu(\sqrt{\frac{K}{m} * t + \varphi_0})}$ για την συγκεκριμένη εξίσωση πλέον

ισχύει: $x = \sqrt{\frac{2E}{k} * \eta \mu(\sqrt{\frac{k}{m + \frac{m_E}{3}} * t + \varphi_0})}$ και επομένως: $\omega^2 = \frac{k}{m + \frac{m_E}{3}}$ και

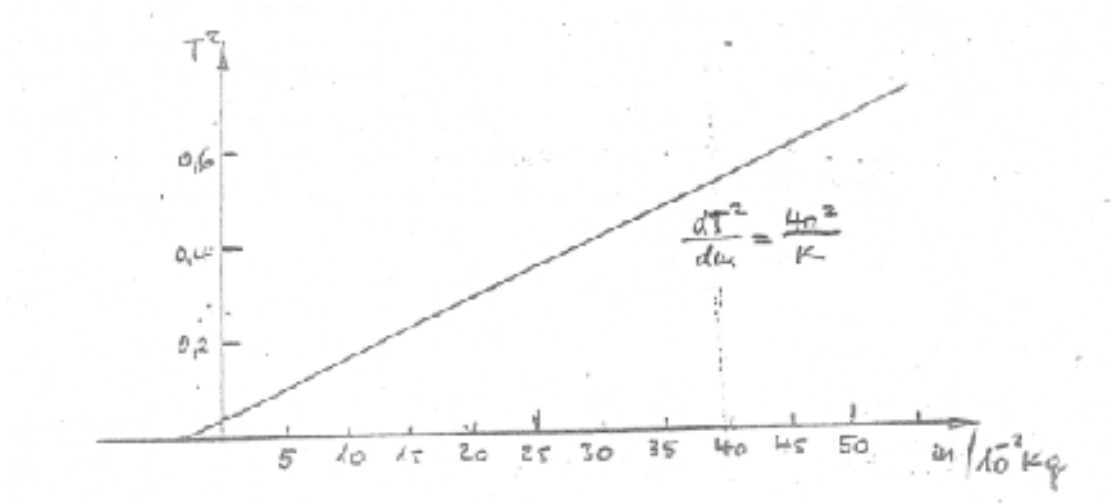
$$T^2 = 4\pi^2 * \frac{m + \frac{m_E}{3}}{k}$$

Από την τελευταία σχέση, φαίνεται ότι η συνάρτηση $T^2 = F(m)$ είναι ευθεία. Επομένως προκύπτει σε $m = 0$ $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} * \frac{mE}{3}$

Στο σημείο αυτό, η ευθεία τέμνει τον άξονα T^2 . Απεναντίας, όταν $T = 0$ τότε προκύπτει:

$$\frac{dT^2}{dm} = \frac{4e\pi^2}{k} \Rightarrow$$

$$k = \frac{4e\pi^2}{\frac{dT^2}{dm}}$$



Σχήμα 2 – Υπολογισμός της ενεργούς μάζας και της σταθεράς

Από την παραπάνω σχέση, φαίνεται καθαρά, ότι η ενεργός μάζα δεν επηρεάζει την σταθερά του ελατηρίου. Με γνωστή την ενεργό μάζα ο προσδιορισμός της σταθεράς του ελατηρίου είναι μια εύκολη υπόθεση. Το ίδιο ισχύει και αντίστροφα. Στις περιπτώσεις αυτές, το κάθε φορά άγνωστο μέγεθος, υπολογίζεται π.χ. με την βοήθεια της σχέσης

$$(m + \frac{mE}{3}) * \ddot{x} + kx = 0 \quad \text{μετρώντας την επιμήκυνση } x. \text{ Έτσι για } \frac{mE}{3} \text{ προκύπτει:}$$

$$\frac{mE}{3} = \frac{kx}{g} - m \text{ και αντίστοιχα για την σταθερά του ελατηρίου: } k = \frac{(m + \frac{mE}{3}) * g}{x}$$

Διχοτόμηση και σταθερά ελατηρίου

Η σταθερά του ελατηρίου εξαρτάται, εκτός από το υλικό του κατασκευαστή, και από το μήκος του ελατηρίου. Σε ένα ελατήριο με K_1 και L_1 εφαρμόζεται μια δύναμη F_1 , η οποία επιμηκύνει το ελατήριο κατά απόσταση x_1 . Το μισό μέρος του ελατηρίου επιμηκύνεται επομένως κατά $\frac{X_1}{2} = X_2$. Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη F εφαρμόζεται πλήρως σε κάθε σημείο του ελατηρίου. Αν τώρα το ελατήριο διχοτομηθεί, εφαρμόζοντας και πάλι την ίδια δύναμη, η δύναμη αυτή θα ισούται με το γινόμενο της σταθεράς του ελατηρίου επί την απόσταση επιμήκυνσης. Και επειδή έχουμε $\frac{X_1}{2} = X_2$, θα έχουμε $K_2 = 2K_1$

Συνεπώς, με την διχοτόμηση του ελατηρίου, η σταθερά του ελατηρίου διπλασιάζεται. Με τον τεμαχισμό του ελατηρίου σε n μέρη, η σταθερά του ενός μέρους ισούται με $K_n = n * K_1$. Το ίδιο αποτέλεσμα λαμβάνεται και με την βοήθεια της δυναμικής ενέργειας. Το ελατήριο μήκους L_1 και σταθεράς K_1 επιμηκύνεται κατά X_1 . Η αντίστοιχη δυναμική ενέργεια είναι ίση με $E_\delta = \frac{K_1 X_1^2}{2}$. Τώρα το ελατήριο διχοτομείται σε δύο ίσα μέρη. Στο ένα μέρος από αυτά εφαρμόζεται μια τέτοια δύναμη, ώστε η επιμήκυνση να ισούται με $X_2 = \frac{X_1}{2}$. Το ίδιο γίνεται και στο δεύτερο μέρος του ελατηρίου, ώστε η ολική μετατόπιση να ισούται με X_1 . Το καινούριο μισό ελατήριο έχει μια δυναμική ενέργεια, η οποία ισούται με το μισό της δυναμικής ενέργειας του αρχικού ελατηρίου.

Πρακτικό μέρος

1. Ζύγισμα του ελατηρίου και υπολογισμός της ενεργούς μάζας
2. Μέτρηση του μήκους l_0 του ελατηρίου σε οριζόντια θέση
3. Μετρήσεις της επιμήκυνσης και αξιολόγηση
- 3.1. Τοποθέτηση μαζών στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και μέτρηση της επιμήκυνσης σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

m / g	F / N	l_0 / m	l / m	$x = l - l_0 / m$
0				
100				
200				
300				
400				
500				

3.2. Κατασκευή γραφήματος σύμφωνα με την σχέση $(m + \frac{mE}{3}) \ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow$

$$mg = kx - \frac{mE}{3}g \Rightarrow$$

$$F = kx - m_{ev}g$$

Σαν τεταγμένη επιλέγεται η δύναμη F και σαν τεμνημένη η επιμήκυνση x

Υπολογισμός της ενεργούς μάζας από την τομή της ευθείας με τον άξονα F και σε γνωστή σταθερά του ελατηρίου K από την τομή με τον άξονα x

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από την κλίση της ευθείας. Ισχύει $\frac{dF}{dX} = k$

4. Μετρήσεις της περιόδου και αξιολόγηση

4.1. Τοποθέτηση μαζών στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, ταλάντωση του συστήματος και μέτρηση της περιόδου σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα (το πλάτος της ταλάντωσης να μην υπερβαίνει το 20)

m/g	Ταλάντωσης η	Χρόνος t/s για η τελάντ.	$T = t/n$	T^2/s^2
100	20			
200	20			
300	20			
400	20			
500	20			

4.2. Κατασκευή γραφήματος σύμφωνα με την σχέση $K_2 = 2K_1$ και το σχήμα 2

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από την κλίση του γραφήματος

Υπολογισμός της ενεργούς μάζας από τις τομές του γραφήματος με τους άξονες T^2 και m.

5. Σύγκριση αποτελεσμάτων

5.1. Σύγκριση των τιμών για την σταθερά του ελατηρίου των δύο γραφημάτων.

5.2. Σύγκριση των τιμών για την ενεργό μάζα των δύο γραφημάτων (4 τιμές) και της ζύγισης

6. Μέτρο στρέψης

Μέτρηση του αριθμού σπειρών N του ελατηρίου, της διαμέτρου d του σύρματος και της διαμέτρου D των σπειρών

Υπολογισμός του μέτρου στρέψης σε γνωστή σταθερά ελατηρίου K σύμφωνα με την

$$\text{σχέση } k = G \frac{d^4}{8ND^3}$$

Άσκηση Μ3

Μαθηματικό εκκρεμές

Ορισμός

Μαθηματικό εκκρεμές ονομάζεται μια σημειακή μάζα, η οποία είναι αναρτημένη σε νήμα. Το ίδιο το νήμα δεν έχει δική του μάζα και το οποίο εξάλλου δεν μπορεί να επιμηκυνθεί. Κανονικά το μαθηματικό εκκρεμές δεν είναι κατασκευάσιμο, εφόσον 'σημειακή μάζα' σημαίνει 'μάζα χωρίς όγκο', πράγμα το οποίο είναι αδύνατο. Η κατασκευή του γίνεται προσεγγιστικά: το ένα άκρο ενός νήματος στερεώνεται σε ένα σταθερό σημείο και στο άλλο άκρο του νήματος στερεώνεται ένα σφαιρίδιο. Το σφαιρίδιο αυτό, εφόσον εκτραπεί με κάποιον τρόπο από την θέση ισορροπίας του, εκτελεί μια κίνηση πάνω στην επιφάνεια μιας σφαίρας. Για την προσεγγιστική υλοποίηση του μαθηματικού εκκρεμές, θα πρέπει να πληρούνται οπωσδήποτε οι εξής δύο συνθήκες: α) Οι διαστάσεις του αναρτημένου σφαιριδίου θα πρέπει να είναι μικρές σε σχέση με το μήκος του νήματος και β) Η εκτροπή από την θέση ισορροπίας την στιγμή της εκκίνησης θα πρέπει να είναι μικρή έστω μερικές μοίρες.

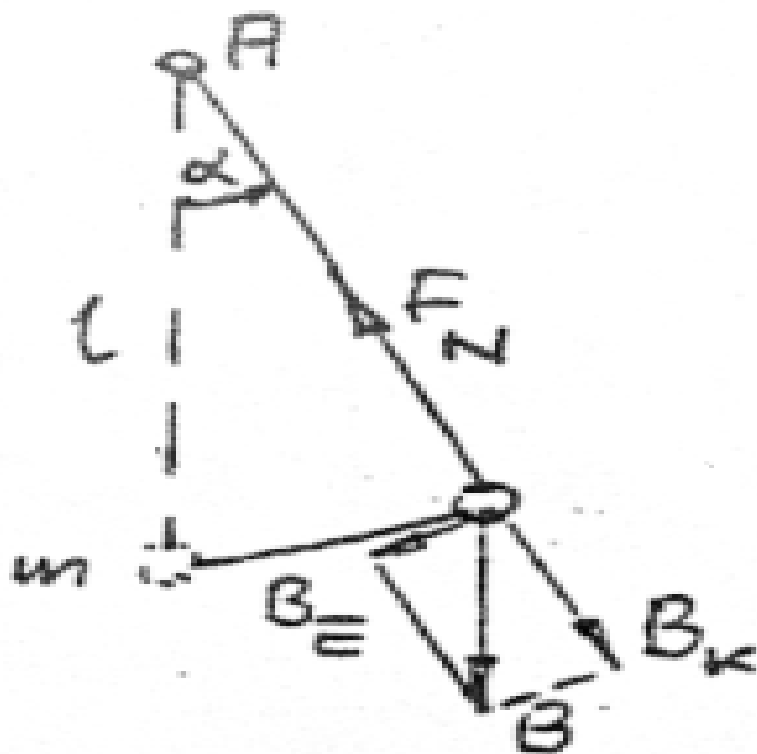
Εξίσωση δυνάμεων

Σύμφωνα με το σχήμα 1, θεωρούμε και εξετάζουμε μια επίπεδη κίνηση, όπου μια μάζα m , κάτω από την επίδραση της βαρύτητας, εκτελεί ένα μέρος του κύκλου. Το βάρος δρα κατακόρυφα προς τα κάτω και έχει σημείο εφαρμογής το γεωμετρικό κέντρο του σφαιριδίου, δηλαδή της σημειακής μάζας. Αυτό το βάρος αναλύεται σε δύο συνιστώσες, εκ των οποίων η μια συνιστώσα είναι παράλληλη προς την διεύθυνση της τροχιάς και η άλλη συνιστώσα είναι κάθετη προς την διεύθυνση της τροχιάς. Η τάση του νήματος είναι αντίθετη προς την συνιστώσα η οποία είναι κάθετη προς την διεύθυνση της τροχιάς. Άρα

προς το κέντρο του κύκλου υπάρχει μια κεντρομόλος δύναμη $\frac{mu^2}{l} = F_n - B_k$.

Συνεπώς για την τάση του νήματος λαμβάνεται: $F_n = \frac{mu^2}{l} + B_k$

Η τάση του νήματος είναι μια δύναμη εξαναγκασμού, η οποία αναγκάζει το σώμα να διαγράψει την κυκλική τροχιά. Όπως όλες οι δυνάμεις εξαναγκασμού, έτσι και η τάση του νήματος, είναι κάθετη προς την τροχιά της κίνησης. Οι τιμές των δυνάμεων συνιστωσών του βάρους, υπολογίζονται γεωμετρικά.

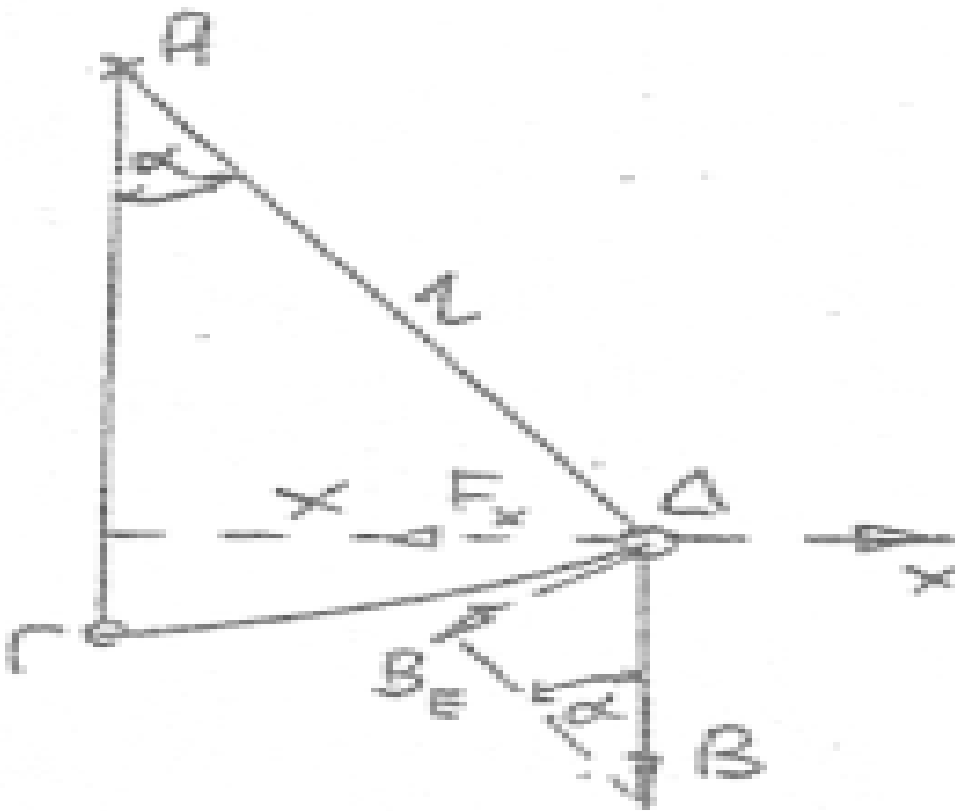


Σχήμα 1 – Μαθηματικό εκκρεμές

Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει: $|B_E| = mg|\eta\mu\alpha|$

Η γωνία εκτροπής α θεωρείται θετική, εφόσον έχει αντίθετη φορά από την κίνηση του δείκτη του ρολογιού. Όλες οι δυνάμεις που έχουν αυτήν την φορά θεωρούνται θετικές. Με τις συνθήκες αυτές, από την παραπάνω σχέση προκύπτει: $B_E = -mg\eta\mu\alpha$

Η συνιστώσα η οποία είναι παράλληλη προς την διεύθυνση της τροχιάς, ισούται με το αρνητικό γινόμενο της μάζας επί την επιτάχυνση της βαρύτητας επί το ημίτονο της γωνίας α . Από την παραπάνω σχέση, φαίνεται καθαρά ότι το ημίτονο της γωνίας α καθορίζει επ'ακριβώς την δύναμη B_E .



Σχήμα 2 - Συνθήκη

Για το ημίτονο α προκύπτει όμως – σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα – και μια άλλη σημασία, η οποία δεν σχετίζεται με τις δυνάμεις, αλλά με τις γεωμετρικές διαστάσεις, εφόσον ισχύει: $\eta\mu\alpha = \frac{x}{l}$. Άρα προκύπτει η σχέση: $B_E = -mg \frac{x}{l}$

Για πολύ μικρές γωνίες εξάλλου, η καμπυλόγραμμη τροχιά, δηλαδή το τόξο ΓΔ, μπορεί να θεωρηθεί και ως ευθεία. Στην περίπτωση αυτή, ισχύει: $F_x = B_E = -mg \frac{x}{l}$

Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη B_E έχει την διεύθυνση του άξονα x. Στο παραπάνω σχήμα, η γωνία εκτροπής, είναι $\alpha \approx (F_{x1}, B_E)$. Η δύναμη F_x αποτελεί το ένα σκέλος της εξίσωσης των δυνάμεων. Το δεύτερο σκέλος είναι σύμφωνα με τον Δεύτερο νόμο του NEWTON - $F_x = m\ddot{x}$

$$m\ddot{x} = -\frac{mg}{l}x$$

Συνεπώς για την εξίσωση δυνάμεων λαμβάνεται: ή

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l}x$$

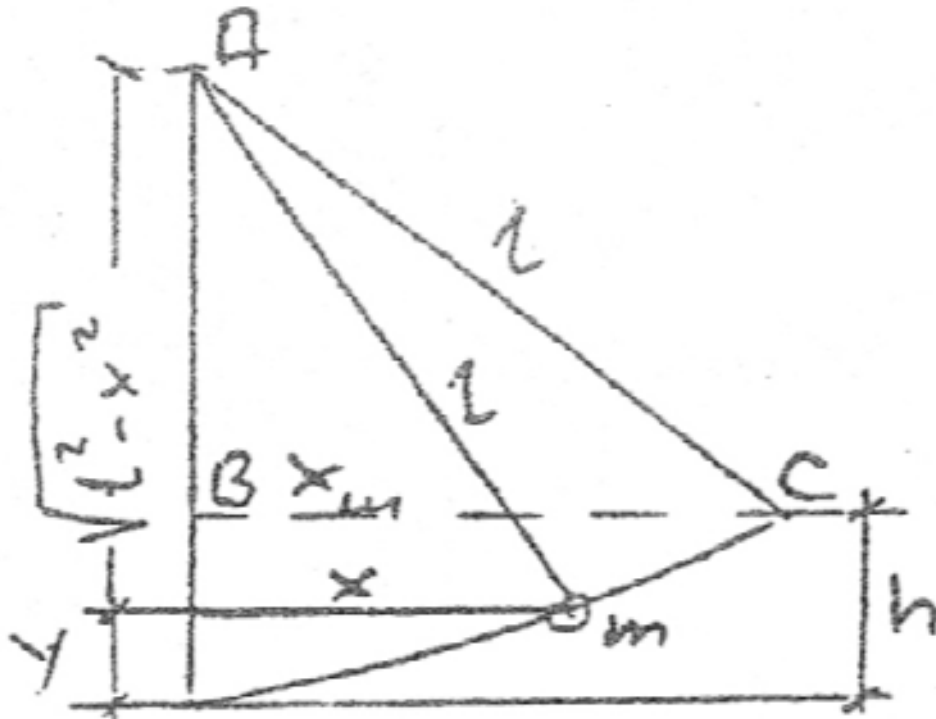
Εξίσωση κίνησης

Η εξίσωση κίνησης προκύπτει από την λύση της εξίσωσης δυνάμεων και είναι της μορφής $x=f(t)$. Η εξίσωση αυτή, είναι μια διαφορική εξίσωση, η οποία δεν μπορεί να λυθεί στο Α εξάμηνο, επειδή μας λείπει το μαθηματικό υπόβαθρο. Η λύση αυτή όμως είναι ήδη γνωστή

$$x = x_m \sigma \nu \nu(\omega t + \varphi_0)$$

από την μέση εκπαίδευση: ή

$$x = x_m \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$



Σχήμα 3 – Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας

Η ολική ενέργεια της μάζας ισούται με το γινόμενο της μάζας επί την επιτάχυνση της βαρύτητας επί το μέγιστο ύψος, το οποίο μπορεί να καταλάβει η μάζα. Στο σημείο αυτό η κινητική ενέργεια είναι μηδέν. Αν όμως μηδενιστεί το ύψος ($h=0$), τότε μηδενίζεται και η δυναμική ενέργεια ενώ η κινητική ενέργεια είναι μέγιστη.

Συζήτηση της εξίσωσης κίνησης

Η σχέση $x = \sqrt{2lh}\eta\mu(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \sigma\varphi_0)$ περιγράφει την ταλάντωση. Αυτό φαίνεται από το ημίτονο της γωνίας $\varphi = \sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi_0$. Συνεπώς, η κυκλική συχνότητα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ και επομένως: $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2\frac{g}{l}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Αρμονική ονομάζεται η ταλάντωση η οποία περιγράφεται επ'ακριβώς από το ημίτονο ή το συνημίτονο. Άρα το μαθηματικό εκκρεμές εκτελεί αρμονικές ταλαντώσεις. Αυτό ισχύει μόνο, εφόσον το εκκρεμές της πειραματικής διάταξης πληρεί πράγματι τις αρχικά αναφερόμενες συνθήκες, δηλαδή την συνθήκη $X < L$ και μικρή εκτροπή από την θέση ισορροπίας.

Αν η γωνία εκτροπής δεν είναι μικρή, τότε το πλάτος x_m θα είναι μεγάλο. Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη επαναφοράς δεν ορίζεται από την σχέση της δύναμης F_x με την απόσταση x , η οποία σχέση αποτελεί το δεύτερο σκέλος της εξίσωσης των δυνάμεων, αλλά είναι μικρότερη. Επομένως η περίοδος T θα είναι μεγαλύτερη από αυτήν στην εξίσωση κίνησης. Εξάλλου η απομάκρυνση x δεν θα έχει ημιτονοειδή χαρακτήρα.

Από την σχέση της ταχύτητας με την απομάκρυνση και την επιτάχυνση, προκύπτουν δύο πορίσματα: Η ταχύτητα προπορεύεται της επιτάχυνσης κατά $\frac{\pi}{2}$. Η επιτάχυνση προπορεύεται της απομάκρυνσης κατά π . Από τα δύο παραπάνω πορίσματα έχουμε και δύο συμπεράσματα: Η ταχύτητα προπορεύεται της απομάκρυνσης κατά $\frac{T}{4}$. Η επιτάχυνση προπορεύεται της απομάκρυνσης κατά $\frac{T}{2}$. Συνεπώς η επιτάχυνση είναι πάντα αντίθετη της απομάκρυνσης.

Πρακτικό μέρος

- 1) Κατασκευή του καλύτερου δυνατού μαθηματικού εκκρεμούς (νήμα, σφαιρίδιο, πλαίσιο ανάρτησης)
- 2) Μετρήσεις σε γωνία εκτροπής $\alpha \leq 5^\circ$ και αξιολόγηση
- 2.1) Μετρήσεις

Οι μετρήσεις για τα διάφορα μήκη νήματος γίνονται σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα I

Γωνία εκτροπής α	Μήκος νήματος l (m)	Ποσότητα ταλαντώσεων n	t/s ή n ταλαντ.	$T = t/n$ [s]
$\leq 5^\circ$	0.10^2	20		x
	10			
	20			
	30			
	40			
	50			
	60			
	70			

Πίνακας 1 – Η περίοδος T για $l=0$ προκύπτει μέσα από λογική σκέψη

2.2) μεθοδολογία αξιολόγησης των μετρήσεων

2.2.1) συνάρτηση $T=f(l)$

Από τις παραπάνω μετρήσεις, φαίνεται καθαρά, ότι η περίοδος T , είναι μια συνάρτηση του μήκους νήματος. Από την θεωρία γνωρίζουμε, ότι η σχέση που συνδέει αυτά τα δύο μεγέθη, είναι η σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Αλλά εδώ κάνουμε σαν να μην την γνωρίζουμε.

Επομένως, με σκοπό να βρούμε την τάχα άγνωστη συνάρτηση, υποθέτουμε εντελώς αυθαίρετα ότι ισχύει π.χ. $T = c_1\sqrt[4]{l}$ ή $T = c_2\sqrt{l}$ ή $T = c_3l$ ή $T = c_4l^2$. Αν μια από τις σχέσεις αυτές ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα, π.χ. η σχέση $T = c_2\sqrt{l}$, τότε με $\sqrt{l} = x$ ως τετμημένη, προκύπτει μια ευθεία. Έστω, ότι αυτή η σχέση, είναι και η σωστή. Υπό την συνθήκη αυτή, ως τετμημένες χρησιμοποιούνται $\sqrt[4]{l}$ ή l ή l^2 .

$T = c_2\sqrt{l} = c_2\sqrt[4]{l}\sqrt[4]{l} = c_1\sqrt[4]{l}$ και άρα $c_2\sqrt[4]{l} = c_1$. Επομένως η καμπύλη $T = c_1\sqrt[4]{l}$ είναι κυρτή (καμπυλώνεται προς τα πάνω)

$T = c_2\sqrt{l} = c_2\sqrt{l}\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l}} = \frac{c_2}{\sqrt{l}}l = c_3l$ και άρα $\frac{c_2}{\sqrt{l}} = c_3$. Επομένως η καμπύλη είναι κοίλη (καμπυλώνεται προς τα κάτω). Στην τελευταία περίπτωση προκύπτει

$T = c_2\sqrt{l} = c_2\sqrt{l}\frac{\sqrt{l^3}}{\sqrt{l^3}} = \frac{c_2}{\sqrt{l^3}}l^2$ και άρα $\frac{c_2}{\sqrt{l^3}} = c_4$. Άρα και εδώ η προκύπτουσα καμπύλη είναι κοίλη

2.2.2) Εφαρμογή της μεθοδολογίας

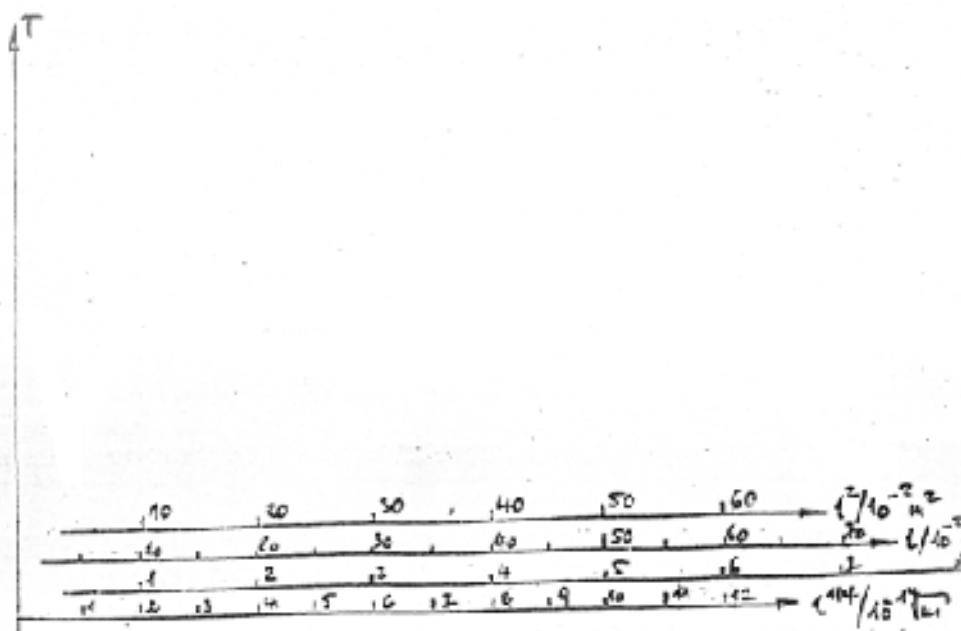
I Όλη η παραπάνω μεθοδολογία για την εξεύρεση της συνάρτησης T , γίνεται σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα II. Στην πρώτη στήλη καταγράφονται οι μετρήσεις της περιόδου T .

Οι άλλες στήλες αναφέρονται στο μήκος νήματος και συγκεκριμένα στο $l^{\frac{1}{4}}, l^{\frac{1}{2}}, l^1, l^2$, δηλαδή σε μεγέθη που είναι υπολογίσιμα, εφόσον το μήκος νήματος είναι γνωστό.

T/s	$l^{\frac{1}{4}}/\sqrt[4]{m}$	$l^{\frac{1}{2}}/\sqrt{m}$	l^1/m	l^2/m^2
			$0 \cdot 10^{-2}$	$0 \cdot 10^{-2}$
			10	1
			20	4
			30	9
			40	16
			50	25
			60	36
			70	49

II Κατασκευή γραφικών παραστάσεων

Τα αποτελέσματα $T = f(l^{\frac{1}{4}}), T = f(l^{\frac{1}{2}}), T = f(l^1), T = f(l^2)$, μεταφράζονται σε γραφικές παραστάσεις. Οι τέσσερις αυτές γραφικές παραστάσεις σχεδιάζονται σε μια εικόνα, η οποία έχει κοινή τεταγμένη, αλλά διαφορετική τετμημένη. Οι υποδιαιρέσεις της τετμημένης επιλέγονται κατά τρόπο ώστε να καλύπτεται όλος ο χώρος. Όλες οι καμπύλες ξεκινούν από 0|0.



2.3) Μαθηματική διαπίστωση της συνάρτησης $T=f(l)$ στην μορφή $T = c_1 l^{\nu} + c_2$

I Προσδιορισμός των σταθερών c_1 και c_2 από το γράφημα το οποίο ισχύει για το μαθηματικό εκκρεμές ως προς την τιμή και μονάδα μέτρησης

II Σύγκριση της πειραματικής σχέσης με την θεωρητική σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ και υπολογισμός της επιτάχυνσης g

III Υπολογισμός του σφάλματος γ σε σύγκριση με την τιμή της βιβλιογραφίας ($g = 9.81 \frac{m}{s^2}$)

3) Μετρήσεις σε μεγάλο πλάτος (π.χ. $x = 10\text{cm}$)

Οι μετρήσεις σε διαφορετικά μήκη νήματος και η αξιολόγηση των μετρήσεων γίνεται με ευθύνη του πειραματιστή

4) Μετρήσεις σύμφωνα με εδάφιο 2, αλλά με σφαιρίδιο διπλής μάζας

Οι μετρήσεις της περιόδου, η καταχώρηση σε πίνακα και η αξιολόγηση των μετρήσεων γίνεται με ευθύνη του πειραματιστή

Άσκηση M13

Στάσιμα διαμήκη κύματα στο σπειροειδές ελατήριο

Θεωρία του στάσιμου κύματος

Ας υποθέσουμε ότι μέσα σε κάποιο μέσο οδεύουν δύο επίπεδα κύματα ίδιου πλάτους και μήκους κύματος στην ίδια διεύθυνση αλλά με αντιθετη φορά. Δι'επαλληλίας σχηματίζεται μια χαρακτηριστική εικόνα συμβολής, η οποία ονομάζεται στάσιμο κύμα. Αυτό μπορεί, για παράδειγμα, να παραχθεί καθώς ένα κύμα αφήνεται να ανακλαστεί σε μια οριακή διαχωριστική επιφάνεια. Έστω ότι το κύμα οδεύει προς θετικές τιμές του x , ανακλάται στο σημείο $x=0$ (όπου βρίσκεται η διαχωριστική επιφάνεια) και κινείται μετά προς αρνητικές τιμές του x . Στο σημείο ανάκλασης οι φάσεις ταλάντωσης των δύο κυμάτων μπορούν να διαφέρουν μεταξύ τους. Αυτό οφείλεται στο ότι η φάση μπορεί κατά την ανάκλαση να μεταβεί αλτικά σε άλλη τιμή. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται άλμα φάσης.

Διακρίνονται δύο ειδικές περιπτώσεις:

A) χωρίς άλμα φάσης ($\phi=0$)

$$E_{\pi} = E_m \sin(kx - \omega t)$$

$$E_A = E_m \sin(kx + \omega t)$$

Η πρώτη σχέση αναφέρεται στο προσπίπτον κύμα και η δεύτερη αναφέρεται στο ανακλώμενο κύμα.

$$E' = 2E_m \sin \omega t \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

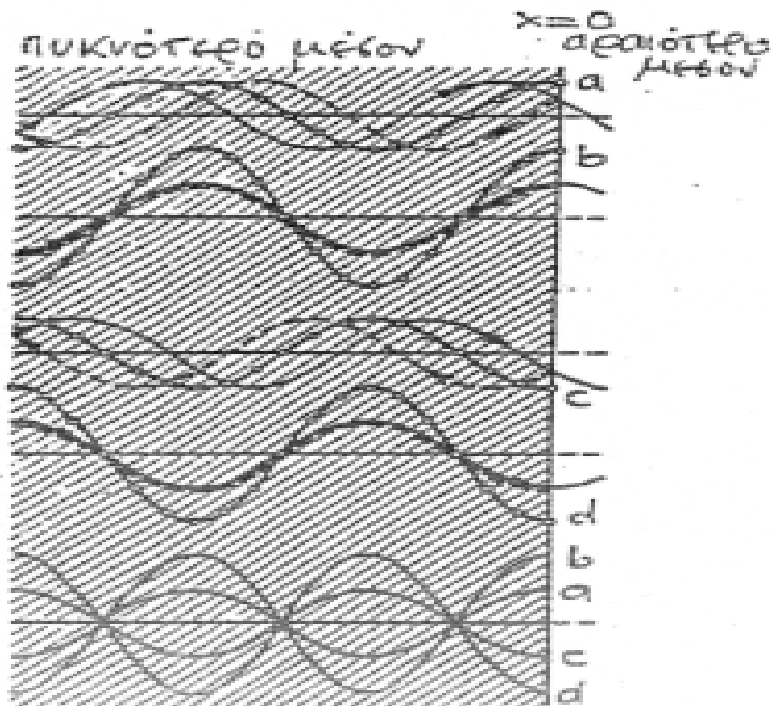
Είναι ολοφάνερο, ότι τα ακρότατα (μέγιστα και ελάχιστα) σχηματίζονται στα σημεία όπου $\sin kx = \pm 1$, δηλαδή όπου $kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = 0\pi, 1\pi, 2\pi, \dots, n\pi \pm m\pi$ με $m=0,1,2,3,\dots,n$

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει το σημείο $x = 0$, όπου υλοποιείται η ανάκλαση. Φαίνεται ότι εκεί σχηματίζεται κοιλία. Δεν υπάρχει καμία αμφιβολία ότι σ'αυτά και μόνο σ'αυτά τα σημεία σχηματίζονται κοιλίες. Ένα άλλο ζήτημα είναι αν αυτές οι κοιλίες έχουν μέγιστο δυνατό πλάτος είτε όχι. Κατά την σχέση $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, το πλάτος είναι: $E' = 2E_m \sin \omega t$

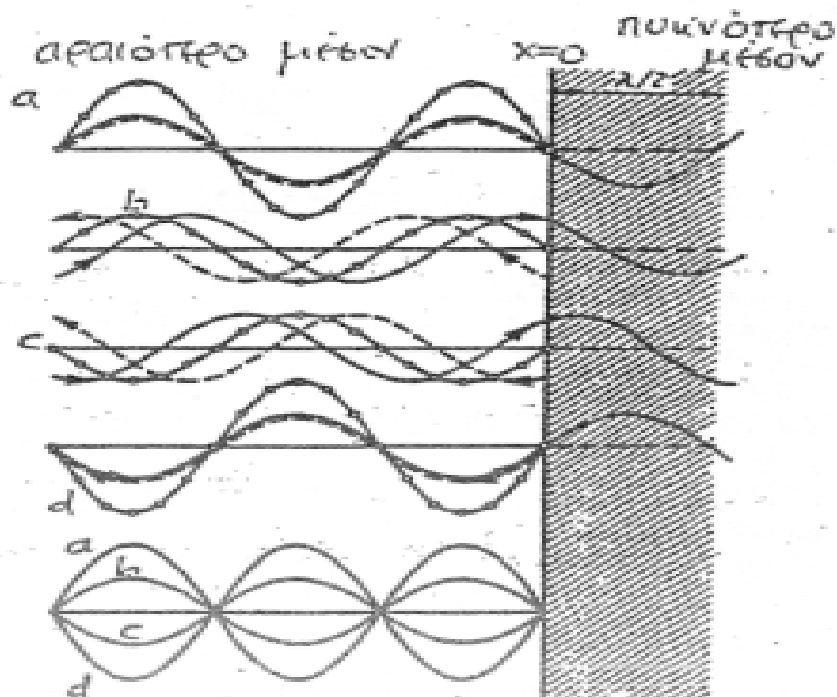
Επομένως, το μέγιστο δυνατό πλάτος είναι $2E_m$. Αυτό σημαίνει ότι το εκάστοτε δυνατό πλάτος εξαρτάται από τον συντελεστή $\sin \omega t$, δηλαδή από την κατάσταση φάσης. Το ζήτημα απεικονίζεται αρκετά καλά στο σχήμα 1. Στο σχήμα 1, η κατάσταση φάσης στο σημείο $x = 0$, προκύπτει από $\sin \omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3}$. Επομένως, για το πλάτος προκύπτει:

$E' = 2E_m$. Στο σχήμα 2, ισχύει αντίστοιχα: $\sin \omega t = 1 \Rightarrow \omega t = 0$. Για το πλάτος λαμβάνεται δι'αυτού: $E' = 2E_m$ κλπ.

Στο σημείο της ανάκλασης παρατηρείται κοιλία της κίνησης, όταν το άλμα φάσης είναι $\phi=0$. Για να σχηματιστεί κοιλία, τα σωματίδια ταλάντωσης θα πρέπει να μπορούν να ταλαντώνονται ελεύθερα. Άρα πρόκειται για ανάκλαση στο ελεύθερο άκρον είτε στο αραιότερο άκρον. Το ανακλώμενο κύμα κινείται έτσι όπως ανενόχλητα στο συνορεύον μέσον (κατοπτρισμός στο σημείο ανάκλασης).



Σχήμα 1 – Σχηματισμός στάσιμου κύματος δι'ανάκλασης στο αραιότερο μέσον. (Το ανακλώμενο κύμα επιστρέφει έτσι όπως το προσπίπτον κύμα θα προχωρούσε στο όμορο μέσον)



Σχήμα 2 – Σχηματισμός στάσιμου κύματος δι'ανάκλασης στο πυκνότερο μέσον. (Το ανακλώμενο κύμα επιστρέφει έτσι όπως το προσπίπτον κύμα θα προχωρούσε στο όμορο μέσον μετά από άλμα

$$\frac{\lambda}{2}$$

Β) άλμα φάσης από $\phi = \pi$

Στην περίπτωση αυτή ισχύουν:

$$E_{\pi} = E_m \sin(kx - \omega t)$$

$$E_A = E_m \sin(kx + \omega t + \pi) \Rightarrow$$

$$E_A = E_m [\sin(kx + \omega t) \sin \pi - \eta \mu(kx + \omega t) \eta \mu \pi] \Rightarrow$$

$$E_A = -E_m \sin(kx + \omega t)$$

Από την επαλληλία των δύο κυμάτων και δια τριγωνομετρικών μετατροπών, προκύπτει:

$$E = E_{\pi} + E_A = E_m \sin(kx - \omega t) - E_m \sin(kx + \omega t) \Rightarrow$$

$$E = E_m [\sin kx \cos \omega t + \eta \mu kx \eta \mu \omega t] - E_m [\sin kx \cos \omega t - \eta \mu kx \eta \mu \omega t] \Rightarrow$$

$$E = 2E_m \eta \mu \omega t \eta \mu kx$$

$$\text{και με } E' = 2E_m \eta \mu \omega t$$

$$E = E' \eta \mu k x$$

Τα ακρότατα (μέγιστα και ελάχιστα) σχηματίζονται στα σημεία όπου $\eta \mu k x = \pm 1$, δηλαδή

$$\begin{aligned} kx = \frac{2\pi}{\lambda} x &= 1\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{2}, \dots, (m + \frac{1}{2})\pi \\ \text{όπου} \quad kx &= \frac{\lambda}{2\pi} (m + \frac{1}{2})\pi = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad \text{με } m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

Το αν στα σημεία αυτά, τα ακρότατα έχουν μέγιστη δυνατή τιμή $2E_m$, αυτό εξαρτάται από την κατάσταση φάσης, εφόσον $E' = 2E_m \eta \mu \omega t$

Απεναντίας, οι κόμβοι, σχηματίζονται στα σημεία, όπου

$$E = 2E_m \eta \mu \omega t \eta \mu k x = E' \eta \mu k x = 0 \quad \text{δηλαδή όπου}$$

$$kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = 0\pi, 1\pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi = m\pi \quad \text{με } m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x = \frac{\lambda}{2\pi} m\pi = m \frac{\lambda}{2}$$

Στο σημείο ανάκλασης σχηματίζεται κόμβος της κίνησης, όταν το άλμα φάσης είναι $\phi = \pi$. Ο κόμβος κίνησης παρατηρείται δηλαδή όταν στο σημείο ανάκλασης τα σωματίδια ταλάντωσης δεν έχουν ελευθερία κίνησης. Άρα πρόκειται για ανάκλαση στο δεύτερο άκρον είτε στο πυκνότερο μέσον. Στο σημείο ανάκλασης τα σωματίδια ταλάντωσης υφίστανται μια ορμή με αντίθετη φορά. Αυτό μεταφράζεται σε άλμα φάσης στο μισό μήκος κύματος. Το φαινόμενο αυτό σημαίνει, ότι τα κύματα ανακλώνται έτσι, όπως θα προχωρούσαν ανενόχλητα μετά από μισό μήκος κύματος.

Στάσιμα διαμήκη κύματα στο σπειροειδές ελατήριο

Ένα σπειροειδές ελατήριο μήκους L , στερεωμένο στα δύο άκρα του, επιμηκύνεται και συμπίεζεται από έλασμα, το οποίο τίθεται σε ταλαντωτική κίνηση από έναν ηλεκτρομαγνήτη. Οι διαταραχές αυτές που επαναλαμβάνονται με συχνότητα f , κινούνται σαν διαμήκες κύμα μήκους λ και ταχύτητας u προς το ελατήριο. Τα μεγέθη f, λ και u συνδέονται μεταξύ τους με την εξίσωση: $u = f\lambda$

Τα στάσιμα κύματα σχηματίζονται από την ανάκλασή τους στα ακίνητα άκρα του ελατηρίου. Στα ίδια τα άκρα παρατηρούνται κόμβοι κίνησης. Όταν η διέγερση του ελατηρίου γίνεται με την θεμελιώδη συχνότητα f_1 , τότε μεταξύ των δύο κόμβων στα ακίνητα άκρα, παρατηρείται μια μοναδική κοιλία ($n=1$). Όταν η διέγερση γίνεται με την διπλάσια συχνότητα από αυτήν της θεμελιώδους ($F_2 = 2F_1$), τότε μεταξύ των δύο άκρων παρατηρούνται δύο κοιλίας. Αυτό σημαίνει ότι το μήκος L του ελατηρίου καλύπτεται από ένα μήκος κύματος ($\lambda_2 = \frac{2L}{2}$). Όταν η διέγερση γίνεται με την τριπλάσια συχνότητα από

αυτήν της θεμελιώδους ($F_3 = 3F_1$), τότε μεταξύ των άκρων παρατηρούνται τρεις κοιλίες ($n=3$). Αυτό σημαίνει ότι το μήκος κύματος λ_3 καλύπτει τα $\frac{2}{3}$ του μήκους του ελατηρίου ($\lambda_3 = \frac{2L}{3}$). Γενικότερα, όταν το ελατήριο διεγείρεται με συχνότητα n φορές της θεμελιώδους συχνότητας ($F_n = nF_1$), τότε μεταξύ των άκρων σχηματίζονται n κοιλίες. Άρα το μήκος κύματος λ_n καλύπτει τα $\frac{2L}{n}$ του μήκους του ελατηρίου ($\lambda_n = \frac{2L}{n}$).

Σχηματίζοντας στις άνω περιπτώσεις το γινόμενο από f και λ προκύπτει:

$$\text{Για } n = 1 : F_1 \lambda_1 = F_1 \frac{2l}{1} = 2F_1 l$$

$$\text{Για } n = 2 : F_2 \lambda_2 = (2F_1) \left(\frac{2l}{2} \right) = 2F_1 l$$

$$\text{Για } n = 3 : F_3 \lambda_3 = (3F_1) \left(\frac{2l}{3} \right) = 2F_1 l$$

.

.

.

.

$$\text{Για } n = m : F_m \lambda_m = (mF_1) \left(\frac{2l}{m} \right) = 2F_1 l = u$$

Σε όλες τις περιπτώσεις προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα. Από την σχέση $u = f\lambda$ είναι ήδη γνωστό ότι αυτό ισούται με την ταχύτητα διάδοσης u της φάσης εντός του δεδομένου κλειστού συστήματος. Επομένως ισχύει γενικευμένα: $F_n \frac{2l}{n} = u \Rightarrow F = n \frac{u}{2l}$

Από τους παραπάνω συλλογισμούς προκύπτει ότι η ταχύτητα διάδοσης είναι σταθερή παρότι τα μεγέθη F και λ είναι μεταβλητά. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα διάδοσης καθορίζεται από άλλους παράγοντες. Οι παράγοντες αυτοί είναι αποκλειστικά η διάπλαση του μέσου διάδοσης, ενώ το μέσο διάδοσης είναι το ίδιο το ελατήριο.

Θεωρώντας την ελαστική ράβδο, της οποίας μια ειδική περίπτωση αποτελεί το σπειρωειδές ελατήριο, διαπιστώνεται ότι για την δύναμη F που προκαλεί εφελκυσμό είτε σύνθλιψη κατά Δl , ισχύει:

$F = E \frac{A}{l} \Delta l$ όπου A είναι η διατομή και E ο δείκτης ελαστικότητας. Δια σύγκρισης με το γνωστό ελατήριο έπεται η σταθερά του ελατηρίου

$$D = \frac{F}{\delta l} = E \frac{A}{l}$$

Από την θεωρία της ελαστικής ράβδου προκύπτει επίσης:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \Rightarrow u^2 = \frac{E}{\rho} = \frac{1}{\rho} E = \frac{1}{\frac{m}{Al}} \frac{Dl}{A} = l^2 \frac{D}{m} \Rightarrow$$

$$u = l \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Άρα η ταχύτητα διάδοσης εξαρτάται πράγματι από τα μεγέθη διάπλωσης του ελατηρίου (l,m,D)

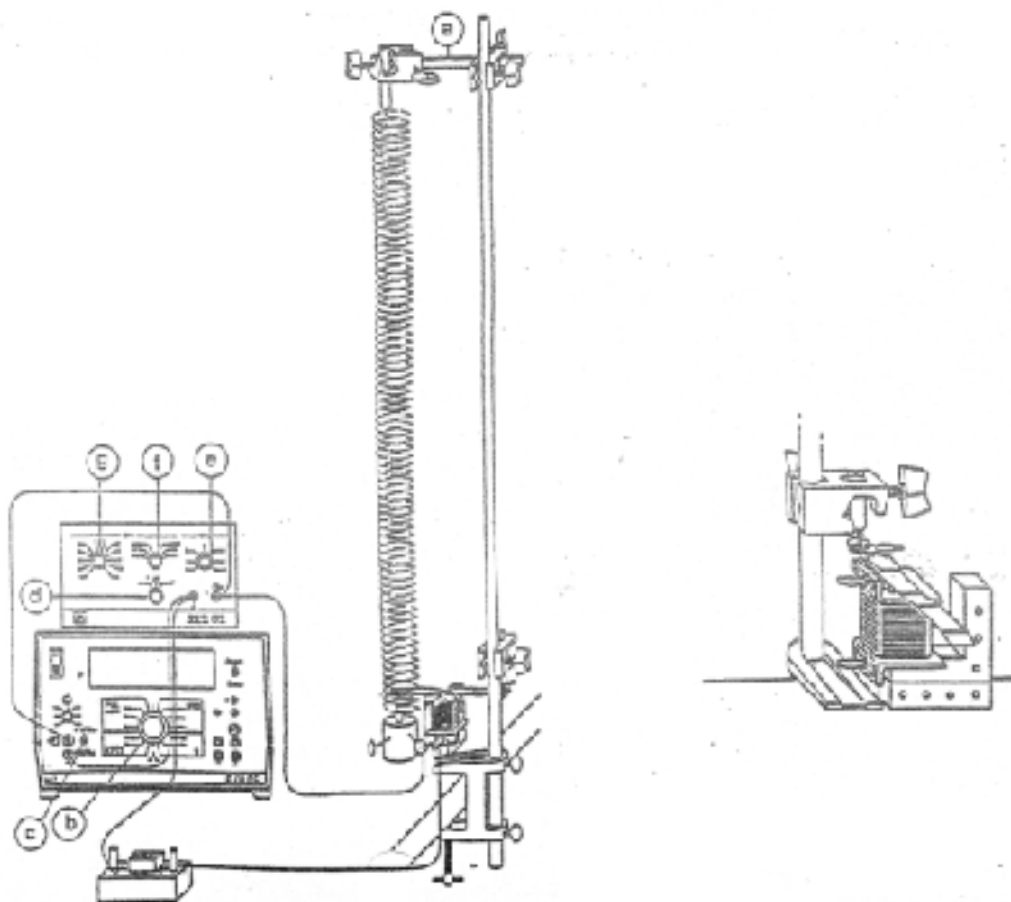
Από την σύγκριση των σχέσεων $F = n \frac{u}{2l}$ και $u = l \sqrt{\frac{D}{m}}$ για $n = 1$ προκύπτει:

$$u = 2lF_1 = l \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Αυτό σημαίνει εν συνέχεια, ότι η διάπλωση του ελατηρίου δεν καθορίζει μονοσήμαντα μόνο την ταχύτητα διάδοσης u, αλλά και την θεμελιώδη συχνότητα F_1 , επομένως και το μήκος κύματος λ_1 του στάσιμου κύματος.

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη κατασκευάζεται σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα. Ο πεταλοειδής πυρήνας με το πηνίο τοποθετείται πάνω στον σιδηροπυρήνα. Ο ρευματολήπτης με τον οπλισμό ταλάντωσης τοποθετείται πάνω στην μούφα (= η απόσταση μεταξύ του πεταλοειδούς πυρήνα και του ιπλισμού ταλάντωσης – περίπου 1mm)



Σχήμα 3 – Πεοραματική διάταξη για την παραγωγή στάσιμων κυμάτων στπ σπειροειδές ελατήριο (a – ράβδος τοποθέτησης, b – διακόπτης, c – διακόπτης ευαισθητότητας, d – διακόπτης γεννήτριας, e – ρυθμιστή ς τάσης εξόδου, f – διακόπτης συντελεστή συχνότητας, g – ρυθμιστής συχνότητας)

Το ελατήριο τοποθετείται κατακόρυφα (όρθιο). Το σημείο στερέωσης της ράβδου (α) επιλέγεται έτσι, ώστε το μήκος του ελατηρίου να είναι $L = 70\text{cm}$. Το ελατήριο σπρώχνεται πάνω από τον οπλισμό ταλάντωσης. Το σημείο στερέωσης του οπλισμού ταλάντωσης πρέπει ενδεχομένως να ρυθμιστεί έτσι, ώστε να καλύπτεται μια σπείρα του ελατηρίου.

Υποδείξεις

A) Η δίοδος στο κύκλωμα του ηλεκτρομαγνήτη αποκόπτει τη μισή φάση της τάσης της γεννήτριας. Ο οπλισμός ταλάντωσης έλκεται δι'αυτού σε κάθε πλήρη περίοδο της τάσης εξόδου μόνο μια φορά. Η συχνότητα διέγερσης μειώνεται έτσι κατά το ήμισυ (κάτι το οποίο αποτελεί ένα πλεονέκτημα για την ρύθμιση της συχνότητας).

Όταν η συχνότητα μετριέται με την συσκευή Π(575 45), τότε η συχνότητα συντονισμού στην περιοχή 'Hz' (χρόνος πύλης 1s) πρέπει να υπολογιστεί η εξεύρεση της μέσης τιμής από 5...10 μετρήσεις.

Ρυθμίσεις

Ρύθμιση στην ψηφιακό απαριθμητή:

Διακόπτης b: μέτρηση συχνότητας, χρόνος μέτρησης 10s

Διακόπτης ευαισθησίας e: 1.5Vss

Ρύθμιση στην γεννήτρια:

Διακόπτης d: στην θέση μαιανδρικής μορφής

Διακόπτης e (τάση εξόδου): τέρμα δεξιά ($\pm 6V_s$)

Διακόπτης f (συντελεστής συχνότητας): χ_1

Δεδομένες τιμές μεγεθών

Από τα μηχανικά μεγέθη του ελατηρίου θεωρούνται ως δεδομένα:

Η μάζα $m=80g$

Το μήκος του ελατηρίου $L=66cm$

Η σταθερά του ελατηρίου $D=2.7N/m$

Διεξαγωγή του πειράματος και μετρήσεις

Ρυθμίζουμε την συχνότητα στον διακόπτη g με αργό ρυθμό, ξεκινώντας από 1.5Hz και μετράμε την συχνότητα εκείνη στην οποία στο σπειροειδές ελατήριο σχηματίζεται κύμα με μήκος κύματος $\lambda=2L$ (θεμελιώδης ταλάντωση, μεταξύ των δύο κόμβων στα άκρα σχηματίζεται μια κοιλία).

Αυξάνουμε αργά την συχνότητα και μετράμε εκείνες τις συχνότητες στις οποίες σχηματίζεται στάσιμο κύμα με $\lambda_2 = \frac{2L}{2}$ (1^η αρμονική: δύο κοιλίες, 3 κόμβοι), με $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$

(2^η αρμονική: 3 κοιλίες, 4 κόμβοι) μέχρι και περίπου $\lambda_{14} = \frac{2L}{14}$ (14^η αρμονική)

Κατασκευάζουμε τον πίνακα των μετρήσεων (n-αριθμός κοιλίων, f-συχνότητα). Σχηματίζουμε και την γραφική παράσταση της συχνότητας f σε συνάρτηση με τον αριθμό n.

Βοήθεια στην ρύθμιση

Κοντά στην συχνότητα συντονισμού σχηματίζονται διακροτήματα πλάτους. Η συχνότητα του διακροτήματος, εξασθενεί προσεγγίζοντας την συχνότητα συντονισμού. Στην περιοχή αυτή η συχνότητα θα πρέπει να ρυθμίζεται με πολύ αργό ρυθμό. Μετά από κάθε ρύθμιση περιμένουμε μερικά δευτερόλεπτα μέχρι να

διεκπεραιωθεί η κατάσταση εκκίνησης της ταλάντωσης.

Μειώνουμε την τάση εξόδου στον διακόπτη ε, όταν οι ταλαντώσεις στην περιοχή συντονισμού είναι πολύ έντονες.

Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων μέτρησης

Υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης του στάσιμου κύματος κατά την σχέση $u = l\sqrt{\frac{D}{m}}$

Υπολογίστε την θεμελιώδη συχνότητα F_1 κατά την σχέση $F_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{D}{m}}$

Υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης του στάσιμου κύματος από την κλίση του γραφήματος κατά την σχέση $F = n \frac{u}{2l}$. Συγκρίνεται τα αποτελέσματα μ'αυτό κατά την σχέση $u = l\sqrt{\frac{D}{m}}$

Υπολογίστε την συχνότητα διέγερσης F_1 για την θεμελιώδη ταλάντωση από το γράφημα $f=f(n)$. Συγκρίνεται το αποτέλεσμα μ'αυτό κατά την σχέση $F_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{D}{m}}$

Άσκηση Η2

Ο νόμος του OHM

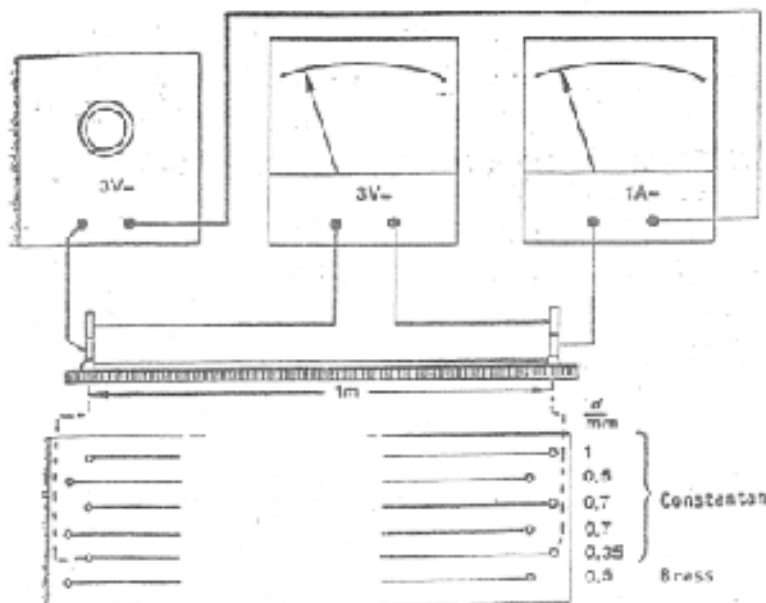
Ο νόμος του OHM στην πιο απλή μορφή του είναι: $u=IR$, εφόσον η αντίσταση R είναι ένα σταθερό μέγεθος. Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι όλα τα μεγέθη που την απαρτίζουν, είναι βαθμωτά μεγέθη. Τα μεγέθη u και I έχουν και αρνητικό πρόσημο, για παράδειγμα η τάση μπορεί να είναι είτε θετική είτε αρνητική. Αν αντικαταστήσουμε την αντίσταση $R = \rho \frac{L}{A}$ ή $R = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A}$, όπου L είναι το μήκος της αντίστασης του αγωγού, A είναι η διατομή της αντίστασης του αγωγού, ρ η ειδική αντίσταση και σ η ειδική αγωγιμότητα του υλικού της αντίστασης, ο νόμος του OHM παίρνει μια άλλη μορφή: $u = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{A} L$ με $\frac{u}{j} = E$ και $\frac{I}{A} = j$, όπου E είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και j είναι η πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος. Οπότε έχουμε: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ όπου τα μεγέθη $\vec{j}$ και $\vec{E}$ είναι ανυσματικά μεγέθη.

Σε αυτήν την μορφή του ο νόμος του OHM έχει ιδιαίτερη σημασία αφού εκφράζεται από δύο ανυσματικά μεγέθη. Αλλά και η ειδική αγωγιμότητα σ έχει πολύ περισσότερο περιεχόμενο από την ειδική αντίσταση ρ .

Πρακτικό μέρος

1. Διάταξη

Κατασκευή της πειραματικής διάταξης σύμφωνα με το σχήμα 1.



Σχήμα 1 – Πειραματική διάταξη

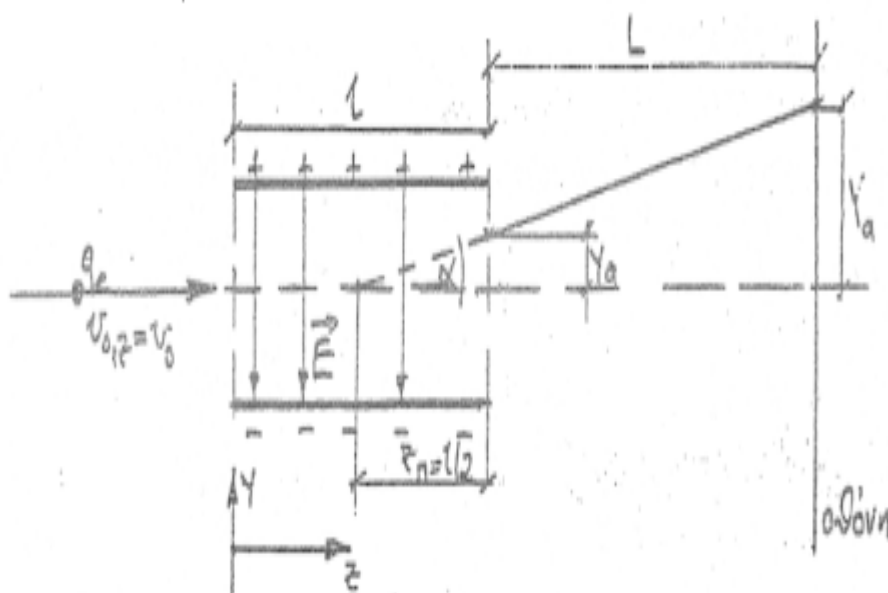
2. Μετρήσεις με κωνσταντάνη $d = 0.35\text{mm}$, $l=1\text{m}$
 - 2.1 Αύξηση της τάσης σε πίνακα των 0.5V από $U = 0$ μέχρι $U = 3\text{V}$
 - 2.2 Κατασκευή πίνακα μετρήσεων και γραφήματος σε χιλιοστομετρικό χαρτί
 - 2.3 Υπολογισμός της αντίστασης από την κλίση του γραφήματος
 - 2.4 Υπολογισμός της ειδικής αγωγιμότητας και της ειδικής αντίστασης σύμφωνα με την σχέση $R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{A}$
 - 2.5 Υπολογισμός της πυκνότητας της έντασης του ρεύματος και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου από τις μετρήσεις του εδαφίου 2.2. Κατασκευή γραφήματος $j = f(E)$
3. Κατασκευή με κωνσταντάνη $l = 1\text{m}$ και d δικής μας επιλογής. Η διαδικασία είναι αυτή όπως και στο εδάφιο 2 (2.1...2.5) 3.1....3.5
 - 3.6 Συγκρίνεται τα αποτελέσματα του εδαφίου 2 και 3 ως προς την αντίσταση R , την ειδική αντίσταση ρ , την αγωγιμότητα σ και $j=\sigma E$
4. Μετρήσεις με ορείχαλκο με $l = 1\text{m}$ και $d = 0.5\text{mm}$
 - 4.1....4.5 βλέπε 2.1...2.5
 - 4.6 Σύγκριση των αποτελεσμάτων ορείχαλκου και κωνσταντάνης

Άσκηση Η3

Επαλληλίσια κινήσεων (Μετρήσεις με παλμογράφο)

Εκτροπή δέσμης ηλεκτρονίων

Όταν μια δέσμη ηλεκτρονίων εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα $U_0=U_{z,0}$ (παράλληλα στον άξονα z) μέσα σε έναν πυκνωτή, του οποίου το ηλεκτρικό πεδίο έχει διεύθυνση προς τον άξονα Y και είναι ομογενές, τότε η δέσμη ηλεκτρονίων εκτρέπεται από την αρχική της κατεύθυνση, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 1 – Απόκλιση στον πυκνωτή (σωλήνας Braun)

Η απόκλιση Y_0 είναι τόσο μικρότερη όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων. Ή με άλλα λόγια, ο χρόνος, ο οποίος δίδεται στα ηλεκτρόνια για να εκτραπούν από την αρχική τους κατεύθυνση, είναι τόσο μικρότερος όσο μεγαλύτερη είναι η αρχική τους ταχύτητα U_0 .

Το σημείο άφιξης των ηλεκτρονίων πάνω στον άξονα Y της οθόνης δεν είναι πλέον το ίδιο. Η φωτεινή κυλίστα στην οθόνη μετακινείται ημιτονικά και καλύπτει την απόσταση από $-b$ μέχρι και $+b$. Το μάτι του ανθρώπου που είναι σε θέση να παρακολουθήσει την χρονική μετακίνηση της φωτεινής κυλίστας, παρατηρεί μια κατακόρυφη φωτεινή ευθεία.

Σημείο άφιξης των ηλεκτρονίων πάνω στην οθόνη

Η γωνία απόκλισης α στο σημείο $(z,y)=(l,y_0)$ μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση των ταχυτήτων:

$\varepsilon\varphi a = \frac{Y_a}{Z_p} = \frac{a_y}{2} \frac{l^2}{U_0^2} \frac{1}{Z_p} \Rightarrow Z_p = \frac{1}{2}$ Αυτό σημαίνει ότι όλα τα ηλεκτρόνια φαίνεται σαν αν εκκλύνουν στο κέντρο του πυκνωτή, δηλαδή η πηγή τους σαν να βρίσκεται στο σημείο $(z,y)=(\frac{l}{2},0)$. Αυτό όμως είναι γνωστό ότι δεν ισχύει σε καμία περίπτωση.

Στο σημείο άφιξης (πρόσπτωσης) των ηλεκτρονίων πάνω στην οθόνη προκύπτει πλέον εύκολα από τριγωνομετρικές θεωρήσεις:

$$\frac{Y_a}{Y_a} = \frac{\frac{l}{2} + 1}{\frac{l}{2}} \Rightarrow Y_a = \frac{\frac{l}{2} + 1}{\frac{l}{2}} Y_a = (L + \frac{l}{2}) \frac{\frac{a_y}{2} \frac{l^2}{U_0^2}}{\frac{l}{2}} = (L + \frac{l}{2}) \frac{a_y}{U_0^2}$$

$$Y_a = (L + \frac{l}{2}) \frac{l}{U_0^2} \frac{q_0}{U_1} E$$

Εκτροπή δέσμης ηλεκτρονίων σε μεταβλητή ένταση πεδίου

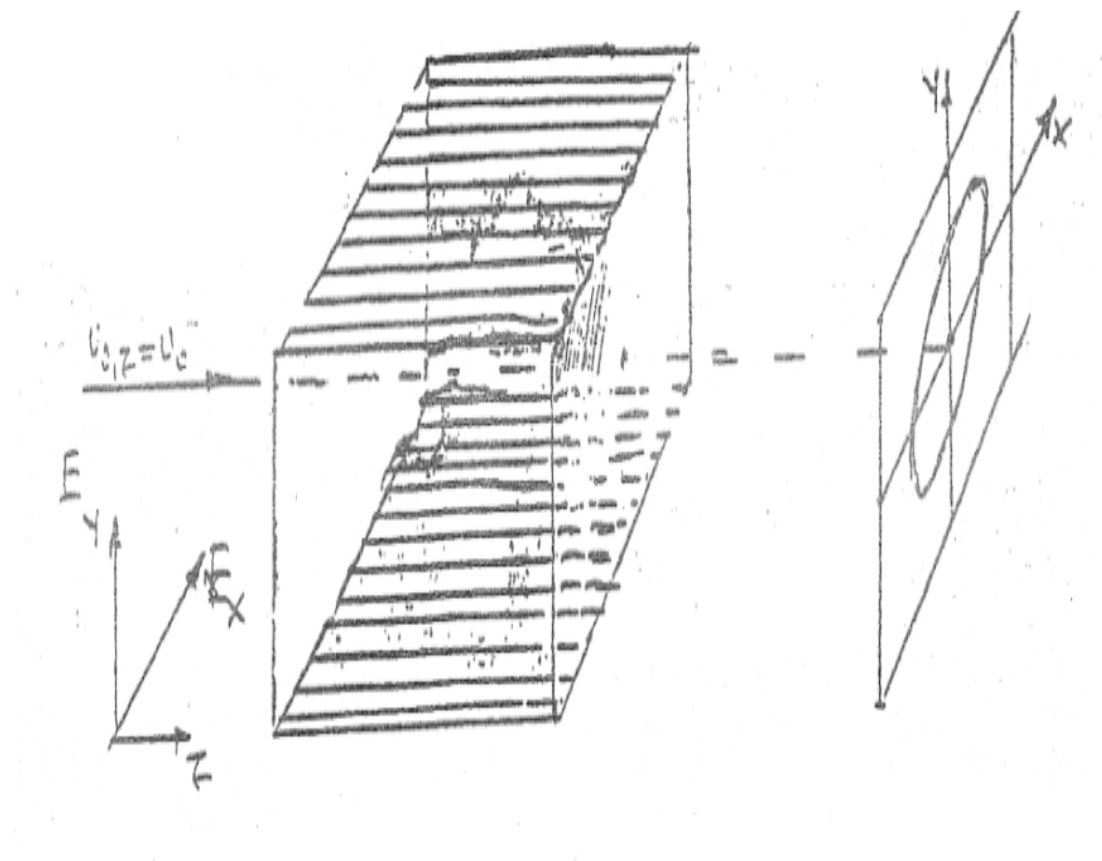
Το σημείο άφιξης των ηλεκτρονίων πάνω στην οθόνη είναι μονοσήμαντα δεδομένο, εφόσον τα μεγέθη J και L εξαρτώνται από την γεωμετρία του πυκνωτή. Τα μεγέθη q_e και m είναι σταθερές του ηλεκτρονίου και η ταχύτητα U_0 εξαρτάται από την τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων. Τόσο η τάση επιτάχυνσης όσο η αρχική της ταχύτητα U_0 και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E για την εκτροπή των ηλεκτρονίων δοκιμάζονται από τον πειραματιστή.

Με σταθερά τα μεγέθη L, l, q_e, m, U_0 και μεταβλητή την ένταση E του πεδίου, από την τελευταία σχέση που εκφράζει το Y_a προκύπτει (αυθαίρετα τίθεται $Y = y$):

$$y = b' E_0 \eta \mu \omega t = b' \eta \mu \omega t$$

Έλλειψη lissajous (μελέτη της διαφοράς φάσης)

Ως γνωστόν, ο σωλήνας Braun φέρει δύο ζεύγη οπλισμών (δύο πυκνωτές), ένα ζεύγος για την κατακόρυφη απόκλιση και ένα ζεύγος οπλισμών για την οριζόντια απόκλιση. Όταν, και στο δεύτερο ζεύγος οπλισμών εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση, τότε η εικόνα που παρατηρείται πάνω στην οθόνη, εξαρτάται από την συχνότητα των εφαρμοζόμενων τάσεων και από την διαφορά φάσης μεταξύ αυτών (βλέπε σχήμα 2)



Σχήμα 2 – Ζεύγοι οπλισμών στον άξονα x και στον άξονα y με τάσεις $x = a\eta\mu\omega t$ και $y = b\eta\mu(\omega t + \varphi)$

Έστω ότι στους οπλισμούς οριζόντιας απόκλισης (άξονας x) εφαρμόζεται μια τάση $U_x = U_{0,x}\eta\mu\omega t$ και στους οπλισμούς κατακόρυφης απόκλισης (άξονας y) μια τάση $U_y = U_{0,y}\eta\mu(\omega t + \varphi)$. Τότε πάνω στην οθόνη, προκύπτουν οι αντίστοιχες αποκλίσεις:

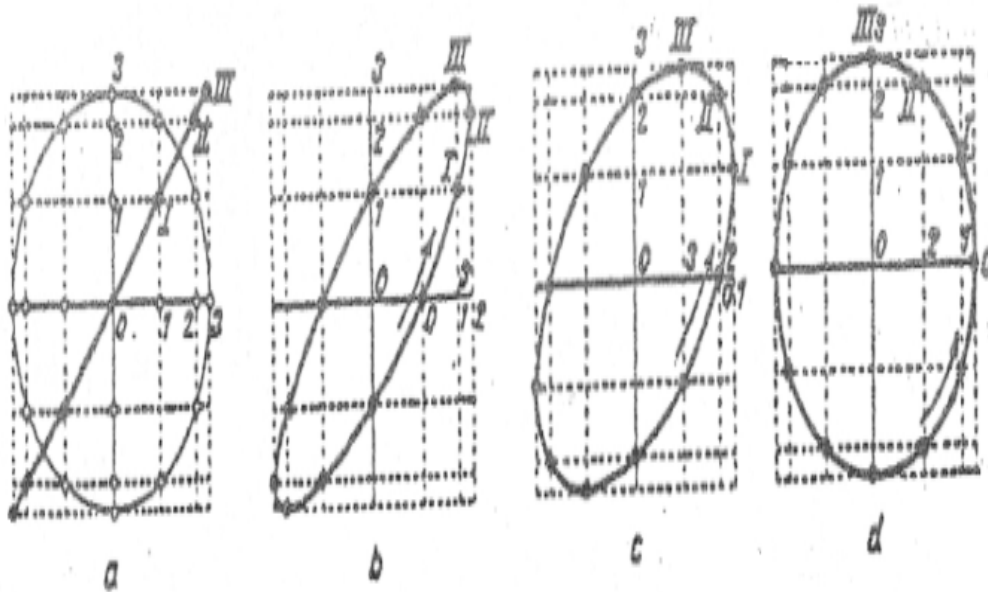
$$x = a\eta\mu\omega t \text{ και } y = b\eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Δι' απαλοιφής του χρόνου t, λαμβάνεται:

$$\frac{y}{b} = \eta\mu(\omega t + \varphi) = \eta\mu\omega t \sigma\upsilon\nu\varphi + \sigma\upsilon\nu\omega t \eta\mu\varphi \quad \text{με } \eta\mu\varphi = \frac{x}{a} \text{ και με } \sigma\upsilon\nu\varphi = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{y}{b} &= \frac{x}{a} \sigma\upsilon\nu\varphi + \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \eta\mu\varphi \Rightarrow \frac{y}{b} - \frac{x}{a} \sigma\upsilon\nu\varphi = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \eta\mu\varphi \Rightarrow \\ \left(\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \sigma\upsilon\nu\varphi\right)^2 &= \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \eta\mu^2\varphi \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} - 2\frac{xy}{ab} \sigma\upsilon\nu\varphi + \frac{x^2}{a^2} \sigma\upsilon\nu^2\varphi = \eta\mu^2\varphi \frac{x^2}{a^2} \Rightarrow \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2\frac{xy}{ab} \sigma\upsilon\nu\varphi &= \eta\mu^2\varphi \end{aligned}$$

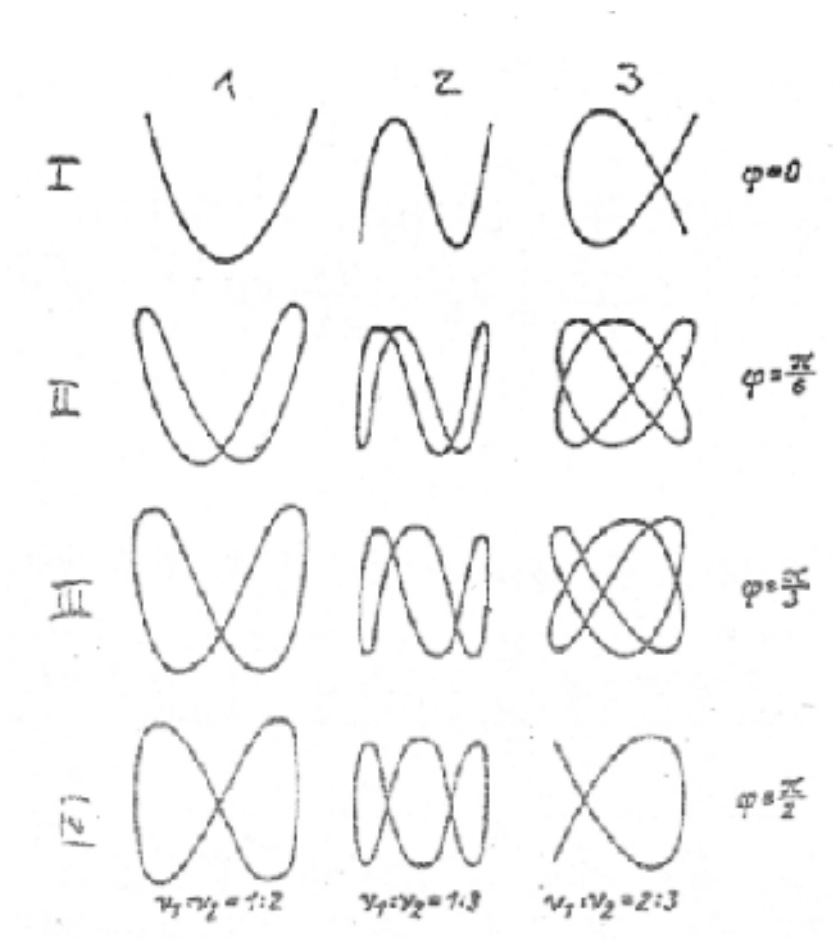


Σχήμα 3 – Σύνθεση ταλαντώσεων (κάθετων μεταξύ τους) με ίδια συχνότητα και με ίδιο πλάτος. Οι

διαφορές φάσης είναι α) $\varphi = 0$, b) $\varphi = \frac{\pi}{6}$, c) $\varphi = \frac{\pi}{3}$, d) $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Σχήματα Lissajous

Όταν οι δύο ταλαντώσεις διαφέρουν όχι μόνο στην φάση και στο πλάτος αλλά και στην συχνότητα, τότε στην οθόνη σχηματίζονται πολύπλοκα σχήματα (βλέπε σχήμα 5).



Σχήμα 5 – Σχήματα Lissajous

Αφετηρία για την μελέτη αυτών των σχημάτων αποτελούν οι δύο ταλαντώσεις που συνθέτουν το σχήμα στην οθόνη. Εξετάζονται μερικές απλές περιπτώσεις:

$$1) \quad \omega_x = \omega, \quad \omega_y = 2\omega$$

$$1.1) \quad \Phi = 0$$

Για τις δύο περιπτώσεις ισχύει επομένως:

$$x = a \sin \omega t \Rightarrow \sin \omega t = \frac{x}{a}$$

$$y = b \sin 2\omega t \Rightarrow \frac{y}{b} = \sin 2\omega t = 2 \sin^2 \omega t - 1 \Rightarrow y = \frac{2b}{a} x^2 - 1$$

Η προκύπτουσα εικόνα δίδεται από $\frac{I}{1}$ (βλέπε σχήμα 5), η οποία είναι μια παραβολή.

(Με $x = a \sin \omega t$, $y = b \sin 2\omega t$ δεν προκύπτει παραβολή, αλλά το σύμβολο του απείρου, το οποίο δεν αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα)

$$1.2) \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Για τις δύο ταλαντώσεις ισχύει:

$$x = a\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \frac{x}{a} = \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \eta\mu\omega t \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} + \eta\mu\frac{\pi}{2} \sigma\upsilon\nu\omega t = \sigma\upsilon\nu\omega t$$

$$y = b\eta\mu 2\omega t \Rightarrow \frac{y}{b} = \eta\mu 2\omega t = 2\eta\mu\omega t \sigma\upsilon\nu\omega t = 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \frac{x}{a} \Rightarrow y = 2\frac{b}{a} x \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

Η προκύπτουσα συνάρτηση διαφέρει από την περίπτωση $\phi = 0$. Όταν $Y = 0$ τότε $x = 0$ και $x = \pm a$. Για τα ακρότατα προκύπτει:

$$\frac{a}{2b} \frac{dy}{dx} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} - \frac{\frac{x^2}{a^2}}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} = 0 \Rightarrow x_{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} a \text{ με } y_{\frac{1}{2}} = \pm b, \text{ τόσο για } x_1, \text{ όσο και για } x_2.$$

Το προκύπτον σχήμα είναι το $\frac{IV}{1}$ (βλέπε σχήμα 5), είναι δηλαδή ένα ξαπλωμένο οκτώ, κάτι το οποίο είναι το σύμβολο του απείρου.

Τα σχήματα Lissajous εφαρμόζονται για τον προσδιορισμό μιας άγνωστης συχνότητας. Η άγνωστη συχνότητα έστω ότι εφαρμόζεται στο οριζόντιο κανάλι του παλμογράφου (άξονας x). Στο κανάλι 2 (κάθετα, άξονας y) προσάγεται σήμα από γεννήτρια, του οποίου συχνότητα μεταβάλλεται μέχρι στην οθόνη να προκύψει κάποιο σχήμα Lissajous. Τότε η άγνωστη συχνότητα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$F_{\text{οριζόντια}} = \frac{\text{πλήθος} - \text{κατακόρυφων} - \text{βρόγχων}}{\text{πλήθος} - \text{οριζόντιων} - \text{βρόγχων}} F_{\text{κατακόρυφη}}$$

Πρόσθεση ταλαντώσεων

Για την πρόσθεση δύο ταλαντώσεων αφετηρία αποτελεί η απλή εξίσωση

$$u = a\eta\mu\omega_1 t + b\eta\mu\omega_2 t \Rightarrow$$

$$u = a(\eta\mu\omega_1 t + \eta\mu\omega_2 t) + (b - a)\eta\mu\omega_2 t \Rightarrow$$

$$u = 2a\eta\mu(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t) \sigma\upsilon\nu(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t) + (b - a)\eta\mu\omega_2 t$$

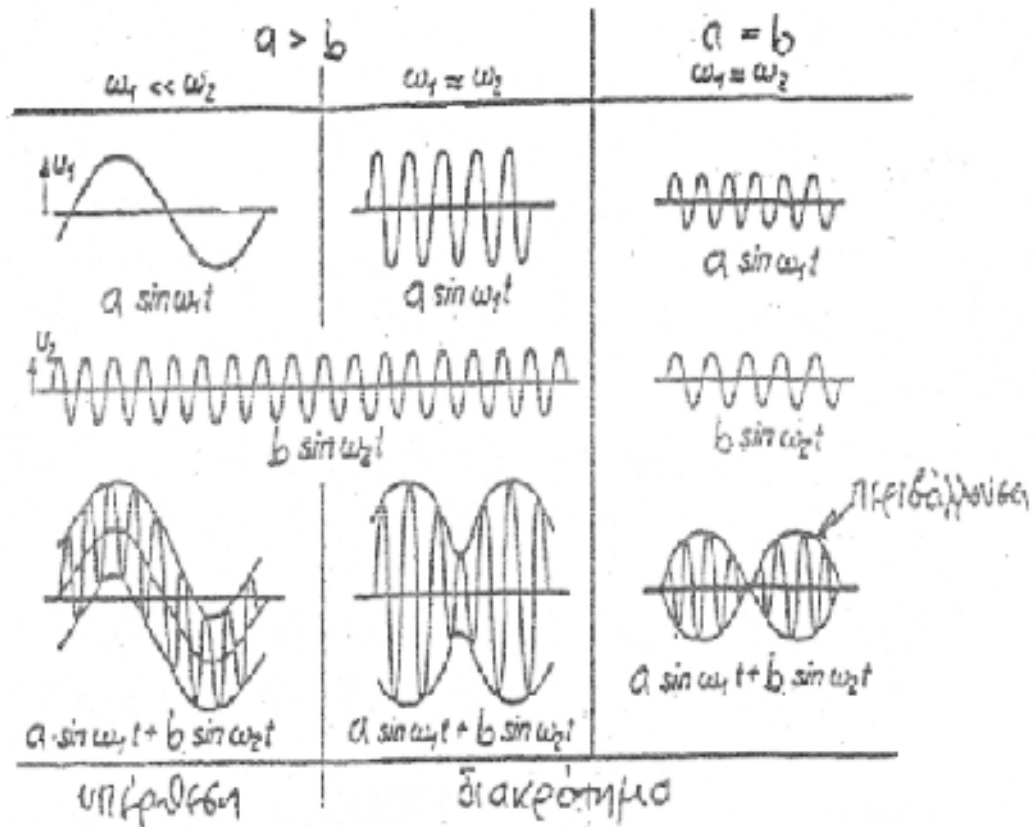
Για $a = b$ προκύπτει:

$$u = 2a \sigma\upsilon\nu(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t) \eta\mu(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t) = A(t) \eta\mu(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t)$$

Το αποτέλεσμα είναι ήδη σημαντικό. Η συχνότητα της συνισταμένης εξίσωσης, είναι: $\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$, ενώ το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $A = 2a \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right)$ και μεταβάλλεται περιοδικά με την συχνότητα $\omega_\Delta = \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)$

Για $a = b$ και $\omega_1 = \omega_2$, προκύπτει η απλή ταλάντωση $u = 2a \sin \omega_1 t$, η οποία έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Από όλες τις άλλες περιπτώσεις τα αποτελέσματα δεν είναι ολοφάνερα εφόσον διάφορες μορφές συνισταμένων ταλαντώσεων σχηματίζονται δια διαφοροποίησης του λόγου συχνοτήτων και του λόγου πλατών (βλέπε σχήμα 6)



Σχήμα 6 – Πρόσθεση δύο ταλαντώσεων

Στην περίπτωση $a > b$, $\omega_1 \ll \omega_2$ (πρώτη στήλη), το φαινόμενο καλείται υπέρθεση.

Στις περιπτώσεις όπου οι συχνότητες διαφέρουν μεταξύ τους ελάχιστα ($\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$), και ανεξάρτητα από τον λόγο πλατών (είτε $a > b$ είτε $a = b$), το αποτέλεσμα καλείται διακρότημα.

Η συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης είναι $\omega = \frac{1}{2}\omega_2 + \omega_1 \Rightarrow F = \frac{F_2 + F_1}{2}$, ενώ αυτή της περιβάλλουσας ταλάντωσης, δηλαδή του διακροτήματος, είναι:

$$F_{\Delta} = \frac{1}{2}(F_2 - F_1).$$

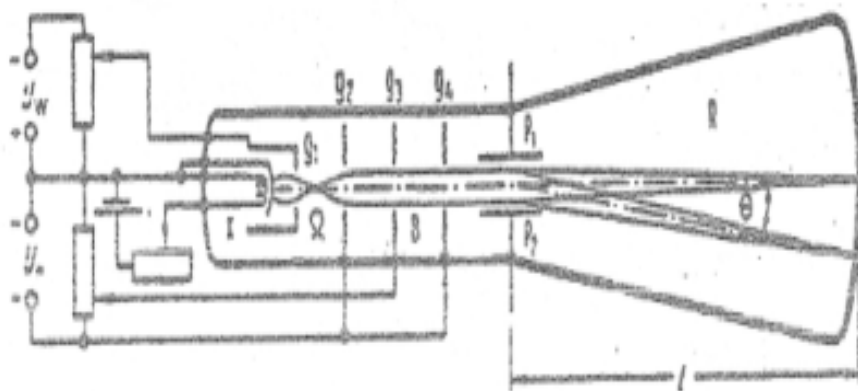
Μια σημαντική ιδιότητα της συνισταμένης ταλάντωσης, είναι το γεγονός, ότι η συχνότητα $F = \frac{F_1 + F_2}{2}$ δεν μπορεί να μετρηθεί εύκολα (π.χ. με τον κυματομετρητή). Αυτό αφεύεται στο ότι με κάθε περίοδο του διακροτήματος, η φάση αλλάζει κατά π (άλμα φάσης). Το άλμα φάσης, είναι ολοφάνερο, όταν ο λόγος συχνοτήτων $F_1 : F_2$ είναι αρμονικός. Σε περίπτωση που ο λόγος είναι ακέραιος, βγαίνει πιο περίπλοκο σχήμα.

Το διακρότημα έπαιξε σπουδαίο ρόλο στην ιστορία της ατομικής Φυσικής. Το άτομο θεωρήθηκε ως διακρότημα δημιουργούμενο από άπειρες επιμέρους ταλαντώσεις.

Παλμογράφος

Δομή και λειτουργία του παλμογράφου

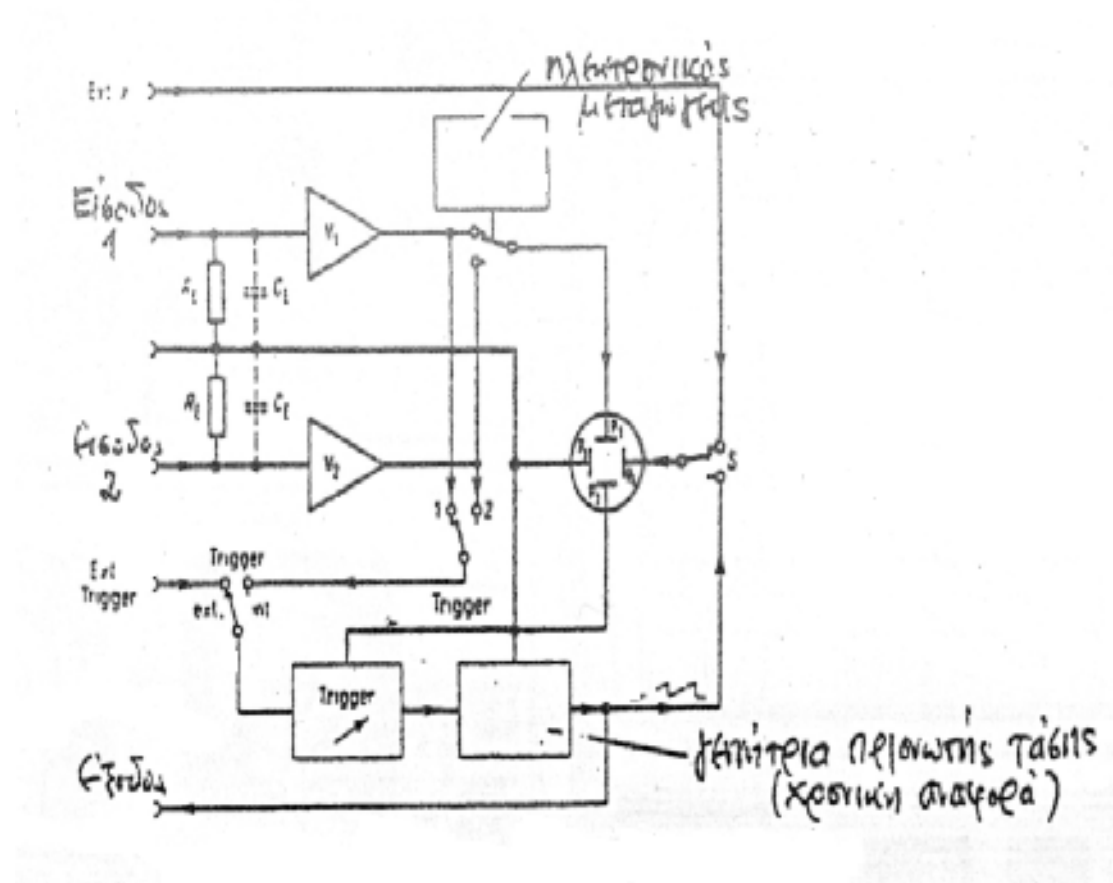
Ο παλμογράφος χρησιμεύει για την μελέτη και την μέτρηση χρονικά εξαρτημένων τάσεων. Ο πιο σημαντικός δομικός λίθος του παλμογράφου (καλύτερα παλμοσκοπίου) είναι ο σωλήνας Braun, ο οποίος διαθέτει δύο ζεύγη σπλισμών εκτροπής της δέσμης ηλεκτρονίων, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. Ο ένας πυκνωτής εκτρέπει την δέσμη κατακόρυφα, δηλαδή στην διεύθυνση του άξονα Y, πρόκειται επομένως για το ζεύγος σπλισμών Y. Το δεύτερο ζεύγος σπλισμών (πυκνωτής X) ευθύνεται για την οριζόντια εκτροπή των ηλεκτρονίων, δηλαδή στην διεύθυνση του άξονα X.



Σχήμα 7 – Σωλήνας Braun (g_1 - κύλινδρος Wehnelt, g_2, g_3, g_4 - ηλεκτρικοί φακοί, B – δέσμη ηλεκτρονίων, P_1, P_2 - σπλισμοί εκτροπής, K – νήμα θέρμανσης)

Για την εκτροπή της δέσμης των ηλεκτρονίων (της φωτεινής κυλίδας) από το κέντρο προς την περιφέρεια την οθόνης, χρειάζονται τάσεις συνήθως της τάξης των $\pm 10V$.

Εφόσον οι εξεταζόμενες τάσεις έχουν μια τέτοια τιμή, τότε αυτές μπορούν να εφαρμοστούν αμέσως στους οπλισμούς, για παράδειγμα στον ακροδέκτη Ext x, κάτι το οποίο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Αν όμως είναι μικρότερες, κάτι το οποίο συμβαίνει στις περισσότερες περιπτώσεις, τότε θα πρέπει να ενισχυθούν. Για τον σκοπό αυτόν ο παλμογράφος εξοπλίζεται με ενισχυτές V_1 και V_2 των οποίων ο συντελεστής ενίσχυσης είναι ρυθμιζόμενος και μετρήσιμος.



Σχήμα 8 – Παλμογράφος δύο καναλιών (P_1, P_2 - οπλισμοί Y, P_3, P_4 - οπλισμοί X, V_1, V_2 - ενισχυτές)

Όταν σε ένα ζεύγος οπλισμών (για παράδειγμα στους Y) εφαρμόζεται μια τάση $V_{y,p}$ τότε η φωτεινή κυλίδα υφίσταται μια εκτροπή Y, η οποία είναι ανάλογη της εφαρμοζόμενης τάσης.

Στην είσοδο του παλμογράφου εφαρμόζεται η τάση $V_{y,e}$ και μεταξύ εισόδου και οπλισμών είναι εγκατεστημένος ένας ενισχυτής με συντελεστή ενίσχυσης V_y , τότε η εκτροπή ισούται με: $Y = C_y \cdot V_y \cdot V_{y,e}$

Η εκτροπή αυτή είναι ανάλογη της τάσης $V_{y,e}$, εφόσον η V_y δεν εξαρτάται από την $V_{y,e}$ (γραμμική περιοχή του ενισχυτή).

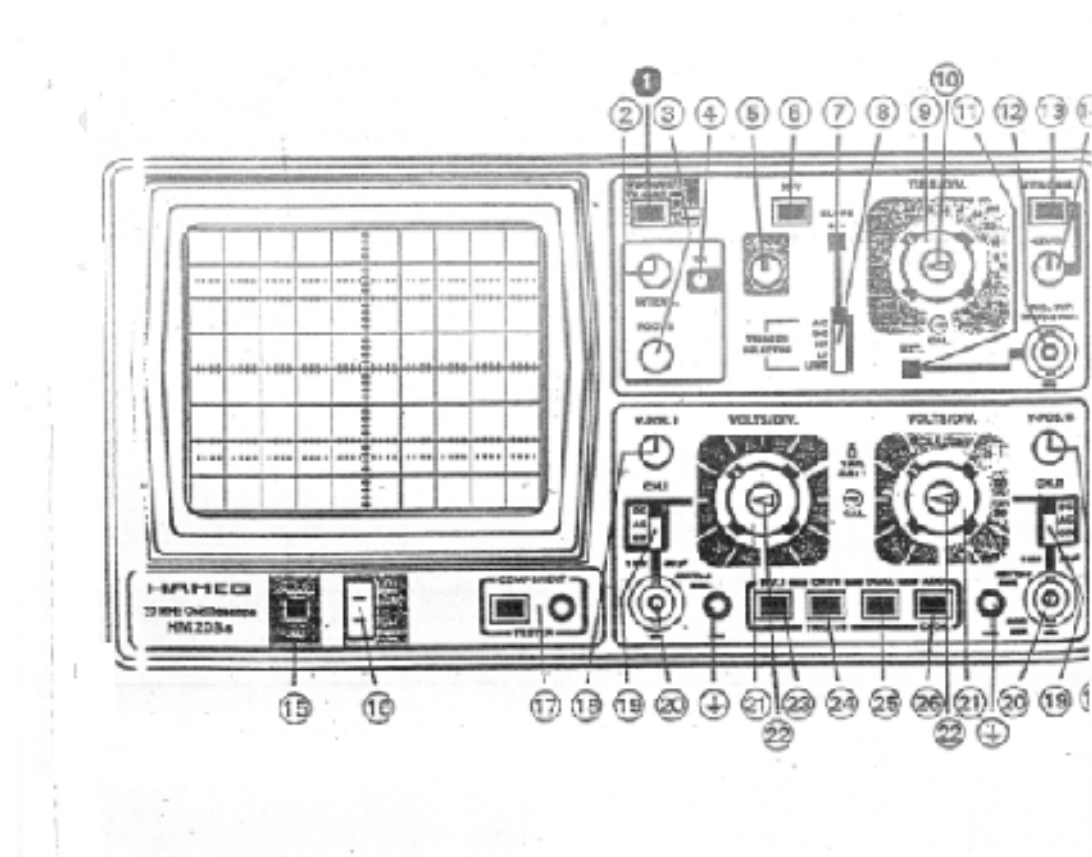
Για την μέτρηση είτε της εκτροπής Υ είτε της εκτροπής Χ, μπροστά από την οθόνη τοποθετείται ένα σύστημα συντεταγμένων. Στους διακόπτες ρύθμισης των ενισχυτών υπάρχουν κλίμακες, οι οποίες επιτρέπουν την ανάγνωση του λόγου

Τάση στην είσοδο / Εκτροπή της φωτεινής κυλίδας

Η εγκατεστημένη διάταξη βαθμονόμησης (καλιμπραρίσματος) εξασφαλίζει την δυνατότητα διόρθωσης της ενδεικνυμένης τιμής. Για αυτόν τον σκοπό, ο παλμογράφος γίνεται βολτόμετρο.

Η μέτρηση ρεύματος με τον παλμογράφο δεν είναι δυνατή. Οι μετρήσεις αυτές γίνονται άμεσα, μέσω της τάσης.

Αναγνώριση του παλμογράφου



Σχήμα 9 – Πρόσοψη παλμογράφου

Η σημασία των αριθμών που δίδονται για την πρόσοψη του παλμογράφου έχει ως εξής:

- 1 κεντρικός διακόπτης
- 2 ένταση φωτεινότητας
- 3 εστίαση
- 4

- 5 ρύθμιση κηλίδας ως προς X
- 6 ένδειξη φαινομένων X-Y
- 7
- 8
- 9 ρύθμιση χρονικής κλίμακας
- 10 ευαισθησία ρύθμισης χρόνου
- 11
- 12
- 13
- 14
- 15
- 16
- 17 δοκιμαστής (tester)
- 18 ρύθμιση κηλίδας ως προς Y
- 19 DC – άμεση ένδειξη
 - AC – σύνδεση μέσω πυκνωτή
 - GD –
- 20 είσοδοι καναλιών (I,II)
- 21 μεταγωγέας, έλεγχος πλάτους
- 22 ευαίσθητη ρύθμιση πλάτους Y
- 23 ανατροπή I
- 24 επιλογή I είτε II
- 25 δύο εικόνες στην οθόνη
- 26 πρόσθεση σημάτων από κανάλια I και II

Πολλοί παλμογράφοι, όπως και αυτός ο οποίος φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, διαθέτουν δύο κανάλια. Για αυτόν τον λόγο γίνεται δυνατή η εισαγωγή στον παλμογράφο

δύο σημάτων. Με τον χειρισμό του διακόπτη 25 γίνεται δυνατή και η ταυτόχρονη απεικόνιση και παρακολούθηση των δύο φαινομένων. Κάθε κανάλι διαθέτει δικό του ενισχυτή. Μέσω ενός ηλεκτρονικού μετατροπέα η τάση V_1 και η τάση V_2 εφαρμόζονται διαδοχικά στους οπλισμούς Υ, έτσι ώστε και τα δύο φαινόμενα να καταγράφονται εναλλάξ το ένα μετά το άλλο. Ουσιαστικά πρόκειται για οφθαλμαπάτη, κι'αυτό γιατί το μάτι δεν αντιλαμβάνεται καν το ότι το κάθε σήμα διακόπτεται περιοδικά.

Η απεικόνιση του διακροτήματος γίνεται δυνατή, επειδή υπάρχουν δύο σήματα τα οποία εισέρχονται το ένα στο πρώτο κανάλι και το άλλο στο δεύτερο κανάλι του παλμογράφου. Έτσι μπορεί να υλοποιηθεί και η πρόσθεσή τους, με την χρήση του πλήκτρου 26.

Χωρίς την ύπαρξη των δύο καναλιών δεν θα ήταν δυνατή ούτε η απεικόνιση της έλλειψης ούτε η απεικόνιση των σχημάτων Lissajous. Με άλλα λόγια δεν θα ήταν δυνατή η παρακολούθηση και των δύο σημάτων και επομένως ούτε και η μέτρηση της διαφοράς φάσης μεταξύ αυτών, αλλά ούτε και η μέτρηση της άγνωστης συχνότητας ενός σήματος με την βοήθεια των σημάτων Lissajous. Για αυτόν τον λόγο, οι παλμογράφοι ενός μόνο καναλιού, είναι απαρχαιωμένοι.

Ένας σημαντικός διακόπτης είναι και το πλήκτρο 17. Το πλήκτρο 17, όταν είναι πατημένο, επιτρέπει τον έλεγχο της καλής λειτουργίας διαφόρων εξαρτημάτων, όπως για παράδειγμα πυκνωτών, αντιστάσεων, πηνίων, διόδων κλπ.. το υπό έλεγχο εξάρτημα συνδέεται με τον έναν ακροδέκτη του στην επαφή του δοκιμαστή και με τον άλλον ακροδέκτη του στην γείωση του καναλιού Ι, η οποία βρίσκεται κοντά στον δοκιμαστή. Στην οθόνη εμφανίζεται το σχήμα που είναι συγκεκριμένο για το κάθε εξάρτημα.

Μετρήσεις

Μέτρηση συνεχούς τάσης (DC)

Θέτουμε σε λειτουργία τον παλμογράφο πατώντας το πλήκτρο 1 και μετά από μερικά δευτερόλεπτα, στην οθόνη του παλμογράφου εμφανίζεται μια φωτεινή κηλίδα. Ρυθμίζουμε την φωτεινή κηλίδα στο κέντρο της οθόνης με τον χειρισμό του πλήκτρου 5 και του πλήκτρου 18. Ρυθμίζουμε την φωτεινότητα της κηλίδας με τον χειρισμό του πλήκτρου 3. Τοποθετούμε τον διακόπτη 19 στην θέση DC. Συνδέουμε την προς μέτρηση τάση μέσω καλωδίου δοκιμής (prob) σε ένα από τα δύο κανάλια (20). Σε περίπτωση επιλογής του καναλιού II, το οποίο είναι το κανάλι στα δεξιά, θα πρέπει να πατήσουμε και το πλήκτρο 24.

Μετά από τους παραπάνω χειρισμούς, παρατηρούμε την εκτροπή της κηλίδας. Η άγνωστη τάση υπολογίζεται με την βοήθεια του μεταγωγέα 21.

Μέτρηση εναλλασσόμενης τάσης (AC)

Θέτουμε σε λειτουργία τον παλμογράφο πατώντας το πλήκτρο 1 και μετά από μερικά δευτερόλεπτα, στην οθόνη του παλμογράφου εμφανίζεται μια φωτεινή κηλίδα. Ρυθμίζουμε την φωτεινή κηλίδα στο κέντρο της οθόνης με τον χειρισμό του πλήκτρου 5 και του πλήκτρου 18. Ρυθμίζουμε την φωτεινότητα της κηλίδας με τον χειρισμό του πλήκτρου 3. Τοποθετούμε τον διακόπτη 19 στην θέση AC. Συνδέουμε την προς μέτρηση τάση μέσω καλωδίου δοκιμής (prob) σε ένα από τα δύο κανάλια (20). Και στις δύο περιπτώσεις, είτε

δηλαδή με το κανάλι I, χωρίς να πατήσουμε το πλήκτρο 24, είτε με το κανάλι II, έχοντας πατημένο το πλήκτρο 24, στην οθόνη εμφανίζεται η κυματομορφή. Η άγνωστη τάση υπολογίζεται με την βοήθεια του μεταγωγέα 21. Για το ότι η τάση που βρήκαμε είναι και αυτή που ζητάμε, φαίνεται καλύτερα πατώντας τον διακόπτη 6. Με πατημένο τον διακόπτη 6 και με την χρήση του καναλιού I, στην οθόνη εμφανίζεται μια κατακόρυφη ευθεία. Με πατημένο τον διακόπτη 6 και με την χρήση του καναλιού II, στην οθόνη εμφανίζεται μια κεκλιμένη ευθεία. Μετρώντας τον αριθμό των υποδιαίρεσεων από άκρο σε άκρο (κατακόρυφα), συγκρίνουμε το τορινό αποτέλεσμα με το προηγούμενο αποτέλεσμα.

Μέτρηση της περιόδου

Θέτουμε σε λειτουργία τον παλμογράφο πατώντας το πλήκτρο 1 και μετά από μερικά δευτερόλεπτα, στην οθόνη του παλμογράφου εμφανίζεται μια φωτεινή κηλίδα. Ρυθμίζουμε την φωτεινή κηλίδα στο κέντρο της οθόνης με τον χειρισμό του πλήκτρου 5 και του πλήκτρου 18. Ρυθμίζουμε την φωτεινότητα της κηλίδας με τον χειρισμό του πλήκτρου 3. Τοποθετούμε τον διακόπτη 19 στην θέση AC. Συνδέουμε την προς μέτρηση τάση μέσω καλωδίου δοκιμής (prob) σε ένα από τα δύο κανάλια (20). Και στις δύο περιπτώσεις, είτε δηλαδή με το κανάλι I, χωρίς να πατήσουμε το πλήκτρο 24, είτε με το κανάλι II, έχοντας πατημένο το πλήκτρο 24, στην οθόνη εμφανίζεται η κυματομορφή. Στην οθόνη εμφανίζεται μια κυματομορφή, η οποία διαστέλλεται ή συστέλλεται χρονικά με την χρήση του διακόπτη 9. Μετράμε την απόσταση που καταλαμβάνει στον άξονα X της οθόνης μια ταλάντωση, δηλαδή την απόσταση μεταξύ δύο ελάχιστων ή δύο μέγιστων ακροτάτων. Αναγνώνουμε την θέση του μεταγωγέα 9 και υπολογίζουμε την περίοδο.

Μέτρηση της συχνότητας

Υπολογισμός της συχνότητας μέσω της περιόδου

Θέτουμε σε λειτουργία τον παλμογράφο πατώντας το πλήκτρο 1 και μετά από μερικά δευτερόλεπτα, στην οθόνη του παλμογράφου εμφανίζεται μια φωτεινή κηλίδα. Ρυθμίζουμε την φωτεινή κηλίδα στο κέντρο της οθόνης με τον χειρισμό του πλήκτρου 5 και του πλήκτρου 18. Ρυθμίζουμε την φωτεινότητα της κηλίδας με τον χειρισμό του πλήκτρου 3. Τοποθετούμε τον διακόπτη 19 στην θέση AC. Συνδέουμε την προς μέτρηση τάση μέσω καλωδίου δοκιμής (prob) σε ένα από τα δύο κανάλια (20). Και στις δύο περιπτώσεις, είτε δηλαδή με το κανάλι I, χωρίς να πατήσουμε το πλήκτρο 24, είτε με το κανάλι II, έχοντας πατημένο το πλήκτρο 24, στην οθόνη εμφανίζεται η κυματομορφή. Στην οθόνη εμφανίζεται μια κυματομορφή, η οποία διαστέλλεται ή συστέλλεται χρονικά με τον διακόπτη 9. μετράμε την απόσταση που καταλαμβάνει στον άξονα X της οθόνης μια ταλάντωση (απόσταση μεταξύ δύο ελάχιστων ή δύο μέγιστων ακροτάτων). Αναγνώνουμε την θέση του μεταγωγέα 9 και υπολογίζουμε την περίοδο. Για να υπολογίζουμε την συχνότητα θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον γνωστό τύπο
$$F = \frac{1}{T}.$$

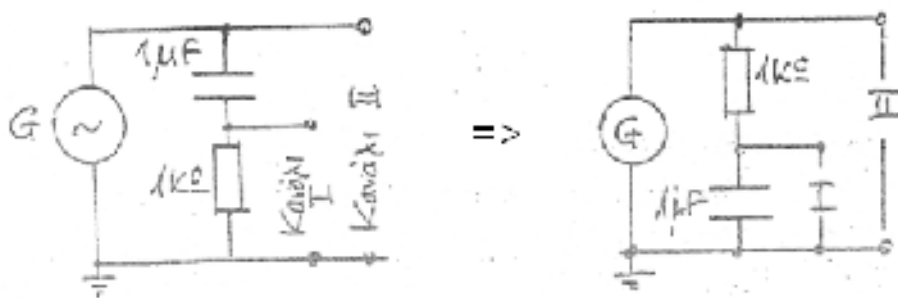
Μέτρηση της συχνότητας με την βοήθεια των σχημάτων Lissajous

Θέτουμε σε λειτουργία τον παλμογράφο πατώντας το πλήκτρο 1. τοποθετούμε τους διακόπτες και των δύο καναλιών στην θέση AC. Στην είσοδο του καναλιού 1 προσάγεται μια

κυματομορφή άγνωστης συχνότητας. Στην οθόνη εμφανίζεται η κυματομορφή που μπορεί να ρυθμιστεί, σε περίπτωση που δεν είναι καθαρή, με τον διακόπτη 9, ως προς τον χρόνο και με τον διακόπτη 21 ως προς την τάση. Αν πατήσουμε το πλήκτρο 6, τότε θα εμφανιστεί μια κατακόρυφη ευθεία. Μπορούμε να πατήσουμε το πλήκτρο 6, να παρατηρήσουμε αυτό που βλέπουμε και μετά να το ελευθερώσουμε. Στην είσοδο του καναλιού II προσάγεται από την γεννήτρια μια κυματομορφή γνωστής συχνότητας. Πατάμε το πλήκτρο 24 και στην οθόνη θα εμφανιστεί η κυματομορφή, η οποία, αν δεν είναι καθαρή και ακίνητη, τότε μπορούμε με την χρήση του διακόπτη 9 να την ρυθμίσουμε ως προς τον χρόνο και με τον διακόπτη 21 ως προς την τάση. Ελευθερώνουμε το πλήκτρο 24 και πατάμε το πλήκτρο 25. στην οθόνη εμφανίζονται και οι δύο κυματομορφές. Ελευθερώνουμε το πλήκτρο 25 και πατάμε το πλήκτρο 6. στην οθόνη εμφανίζονται ανεξήγητα και πολύπλοκα σχήματα. Ρυθμίζουμε την γνωστή συχνότητα μέχρι πάνω στην οθόνη να εμφανιστεί κάποιο σχήμα Lissajous. Το σχήμα αυτό δεν θα είναι ακίνητο, αλλά θα μεταβάλλεται συνεχώς, κάτι το οποίο οφείλεται στην συνεχώς μεταβαλλόμενη διαφορά φάσης μεταξύ των δύο σημάτων. Η συνεχής μετατροπή του σχήματος δεν αποτελεί μειονέκτημα.

Μέτρηση της διαφοράς φάσης

Κατασκευάζουμε το κύκλωμα RC και το συνδέουμε σε γεννήτρια χαμηλών συχνοτήτων.



Σχήμα 10 – Σταθεροποίηση εικόνας (έλλειψης)

Πατάμε το πλήκτρο 6 και στην οθόνη εμφανίζεται μια έλλειψη, την οποία μπορούμε να την τροποποιήσουμε ρυθμίζοντας την συχνότητα της γεννήτριας G. Εφόσον έχει πραγματοποιηθεί μια έλλειψη της αρεσκείας του πειραματιστή, μπορούμε να υπολογίσουμε την διαφορά φάσης μεταξύ των σημάτων I και II σύμφωνα με την σχέση $\eta\mu\phi = A/B$

Διακρότημα

Στην είσοδο του καναλιού I προσάγουμε ένα σήμα από την γεννήτρια και ελέγχουμε αν βλέπουμε το σήμα αυτό στην οθόνη του παλμογράφου. Στην είσοδο του καναλιού II προσάγουμε ένα δεύτερο σήμα από μια άλλη γεννήτρια και επίσης ελέγχουμε αν υπάρχει και αυτό το σήμα στην οθόνη. Πατάμε το πλήκτρο 26 και στην οθόνη θα πρέπει να εμφανιστεί το άθροισμα των δύο σημάτων. Ρυθμίζουμε τις τάσεις στις γεννήτριες έτσι, ώστε να προκύψουν οι δύο μορφές διακροτήματος όπως αυτές που απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα.

[Σχήμα 6 – Πρόσθεση δύο ταλαντώσεων]

Υπολογίζουμε την συχνότητα της περιβάλλουσας και της συνισταμένης ταλάντωσης και τέλος ρυθμίζουμε τις τάσεις και τις συχνότητες έτσι, ώστε να προκύψει υπέρθεση.

Δοκιμαστής (tester)

Μετράμε μερικά απλά ηλεκτρονικά εξαρτήματα, συγκρίνουμε με τις χαρακτηριστικές, οι οποίες φαίνονται στο παρακάτω σχήμα και αποφασίζουμε αν τα εξαρτήματα τα οποία μετρήσαμε, είναι έτοιμα ή όχι προς χρήση.

Τρόπος λειτουργίας του δοκιμαστή

Ο δοκιμαστής λειτουργεί σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα. Το απεικονιζόμενο σχήμα είναι εγκατεστημένο εντός της συσκευής του παλμογράφου και μόνο οι ακροδέκτες 1 και 2 οδηγούνται προς τα έξω έτσι, ώστε να μπορούμε να συνδέσουμε κάποιο εξάρτημα.

[Σχήμα 12 – Δοκιμαστής (tester)]

Στα εξαρτήματα, στα οποία, σχετικά με R_0 , το σήμα έχει μια διαφορά φάσης και στην οθόνη σχηματίζεται μια έλλειψη. Στην αντίσταση δοκιμής δεν υπάρχει διαφορά φάσης σχετικά με R_0 , επομένως προκύπτει ευθεία.

Άσκηση Η4

Μέτρηση αντιστάσεων

Εφόσον στα άκρα ενός στοιχείου σύνδεσης εφαρμόζεται η τάση U και εφόσον το στοιχείο σύνδεσης διαρρέεται από ρεύμα έντασης I , τότε το πηλίκο $\frac{U}{I}$ είναι η αντίσταση του στοιχείου $R = \frac{U}{I}$. Σε περίπτωση που η αντίσταση R – ανεξάρτητα από το μέγεθος της τάσης U – είναι σταθερή, ισχύει ο νόμος του ΟΗΜ:

$$\frac{U}{I} = R = \text{σταθερή}$$

Ο νόμος του ΟΗΜ ισχύει για μεταλλικούς αγωγούς, αλλά και για ηλεκτρολυτικούς αγωγούς (μετά από εξουδετέρωση της τάσης πόλωσης), εφόσον η θερμοκρασία αυτών είναι σταθερή. Η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού είναι ανάλογη του μήκους l και αντιστρόφως ανάλογη της διατομής του A :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Το μέγεθος ρ , είναι μια χαρακτηριστική σταθερά του μετάλλου, η οποία ονομάζεται *ειδική αντίσταση*. Για τον χαλκό π.χ. ισχύει:

$$\rho = 1.72 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = 58 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}, \quad \text{όπου } \sigma \text{ είναι η αγωγιμότητα.}$$

Κατά την σύνδεση σε σειρά περισσότερων ωμικών αντιστάσεων, η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Κατά την παράλληλη σύνδεση, η ισοδύναμη αντίσταση δίνεται από την σχέση:

$$\frac{1}{R_{\text{ολ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Κατά την μικτή σύνδεση (σύνδεση σε σειρά και παράλληλη σύνδεση ταυτόχρονα), η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται με την βοήθεια των δύο παραπάνω σχέσεων. Μια γενική διατύπωση για την ισοδύναμη αντίσταση, είναι μεν δυνατή, αλλά όχι εφικτή.

Οι δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτουν ως εξής:

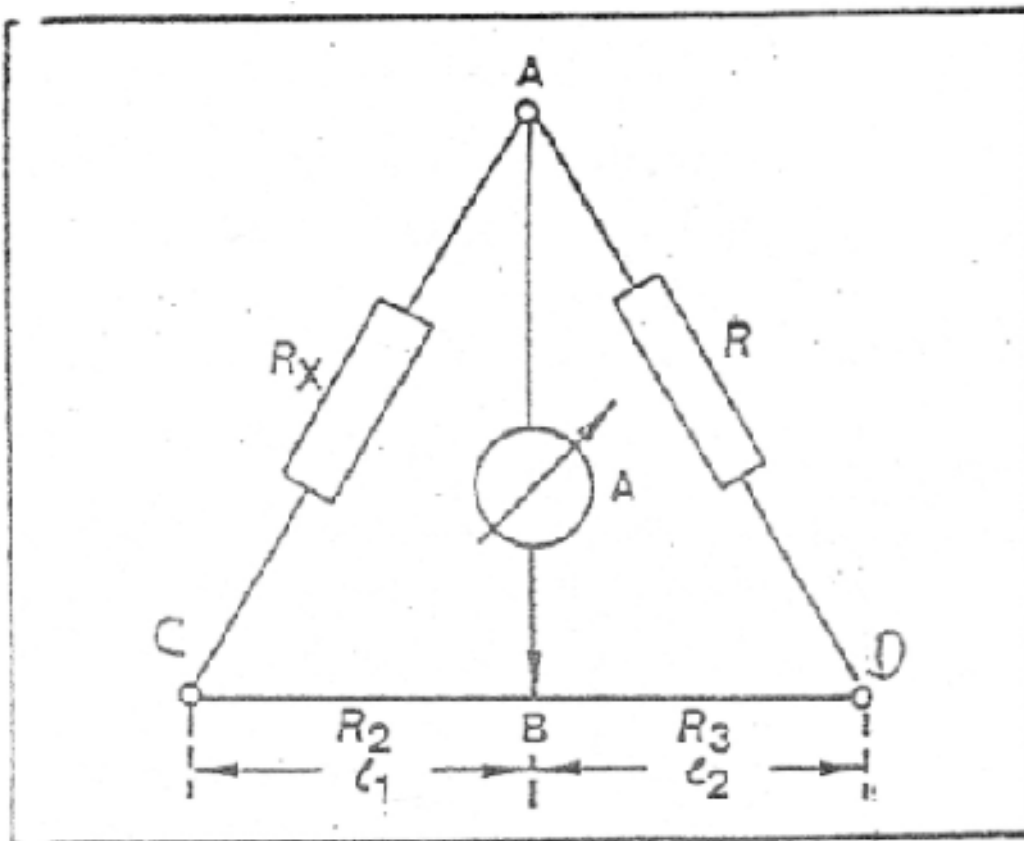
$$U_{\text{ολ}} = U_1 + U_2 \Rightarrow IR_{\text{ολ}} = IR_1 + IR_2 \Rightarrow R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2$$

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{U}{R_{ολ}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Πειραματικές διατάξεις

Μέτρηση αντίστασης με την γέφυρα WHEATSTONE

Μεταξύ των σημείων A,B,C,D του σχήματος 1, είναι διατεταγμένες οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3, R_4 . Στα σημεία C,D εφαρμόζεται μια χαμηλή τάση και στα σημεία A,B ένα αμπερόμετρο.



Σχήμα 1 – Γέφυρα WHEATSTONE

Το ρεύμα I , ερχόμενο από την πηγή, διακλαδίζεται στα σημεία C,D και – σε γενική περίπτωση – και στα σημεία A,B. Οι τέσσερις αντιστάσεις, μπορούν να ρυθμιστούν έτσι ώστε η γέφυρα να μην είναι ρευματοφόρα και το γαλβανόμετρο να μην έχει καμία ένδειξη. Αυτό σημαίνει ότι μεταξύ A και B δεν υπάρχει διαφορά τάσης (τα σημεία αυτά έχουν την ίδια τάση). Αυτό σημαίνει περαιτέρω, ότι η τάση $U_{AC} = U_{BC}$ και ότι η τάση $U_{AD} = U_{BD}$. Οι τάσεις αυτές μπορούν να υπολογιστούν με την βοήθεια του νόμου του OHM. Απ'αυτόν προκύπτει:

$$U_{AC} = U_{BC} \Rightarrow I_x R_x = I_2 R_2 \quad \text{και δια διαίρεσης αυτών:}$$

$$U_{AD} = U_{BD} \Rightarrow IR = I_3 R_3$$

$$\frac{I_x R_x}{IR} = \frac{I_2 R_2}{I_3 R_3}$$

Εφόσον όμως η γέφυρα δεν είναι ρευμαροφόρα, ισχύει και $I_x = I$ και $I_2 = I_3$, οπότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται σε:

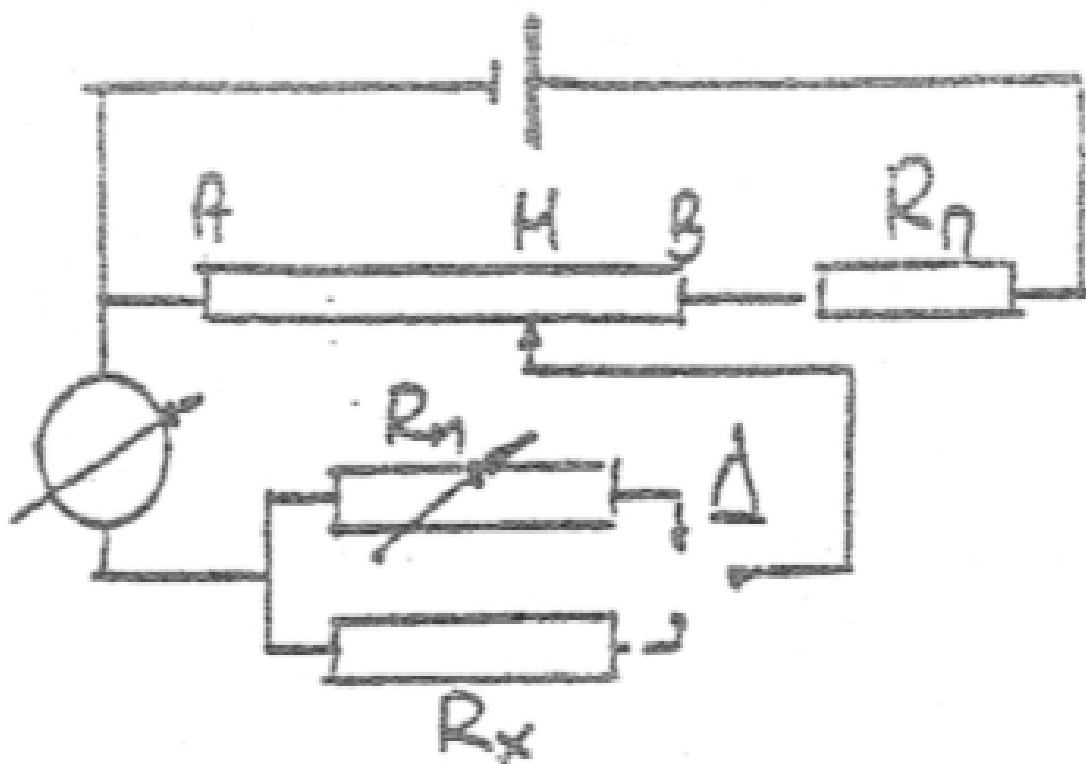
$$R_x = R \frac{R_2}{R_3}$$

Αντικαθιστώντας τις αντιστάσεις R_2, R_3 με σύρματα ίδιας διατομής και με μήκη l_1 και l_2 , σύμφωνα με την σχέση $R = \rho \frac{l}{A}$, προκύπτει:

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} R, \text{ οπότε η άγνωστη αντίσταση } R_x \text{ μπορεί να μετρηθεί χωρίς δυσκολία.}$$

Μέτρηση αντίστασης με αντικατάσταση

Η άγνωστη αντίσταση R_x συνδέεται μαζί με ένα αμπερόμετρο σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, στο οποίο εφαρμόζεται μια συνεχής τάση από μια σταθερή πηγή. Το αμπερόμετρο δείχνει την ένταση του ρεύματος, η οποία διαρρέει την αντίσταση. Με αντικατάσταση της άγνωστης αντίστασης R_x με μια γνωστή αντίσταση R_n , το ρεύμα έχει κατά κανόνα μια άλλη τιμή. Για τον λόγο αυτόν, η αντίσταση R_n θα πρέπει να είναι έτσι ρυθμιζόμενη, ώστε με την βοήθεια αυτής να ρυθμίζεται η ίδια η τιμή της έντασης του ρεύματος. Η αντίσταση R_n όμως είναι ίση με την αντίσταση R_x .



Σχήμα 2 – Συνδεσμολογία δι'αντικατάστασης

Η τάση είναι ρυθμισίμη, μέσω μιας ποτενσιομετρικής συνδεσμολογίας. Για τον λόγο αυτόν, χρήσιμη είναι μια αντίσταση, η οποία πέρα από τους ακροδέκτες A και B, έχει και μια ενδιάμεση απολαβή M. Στα σημεία A και B εφαρμόζεται η ολική τάση της πηγής, ενώ η τάση για το πείραμα εφαρμόζεται στα σημεία A και M. Άρα η τάση αυτή είναι ρυθμιζόμενη στο μηδέν ($AM=0$) μέχρι μια μέγιστη τιμή ($AM=AB$). Για μια καλύτερη ρύθμιση, προβλέπεται και η προαντίσταση R_n . Για την γρήγορη αλλαγή των R_n και R_x χρησιμεύει ο μεταγωγέας Δ.

Μετρήσεις

1. Μετρήσεις με την γέφυρα WEANTSTONE

1.1. Ρύθμιση της γέφυρας στην περιοχή A (Ampere) και μετά ρύθμιση των περιοχών mA

1.2. Η αντίσταση R_n θα πρέπει να επιλέγεται έτσι, ώστε $\frac{I_1}{I_2} \approx 1$ (γιατί;)

1.3. Μέτρηση 6 αντιστάσεων οι οποίες είναι άγνωστες

1.4. Μέτρηση 3 ζευγών αντιστάσεων σε σύνδεση κατά σειρά και σε παράλληλη σύνδεση

1.5. Μαθηματικός υπολογισμός σύμφωνα με τις δύο σχέσεις:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

1.6. Σύγκριση των τιμών υπολογισμών και μέτρησης

2. Μετρήσεις με την μέθοδο της αντικατάστασης

2.1. Ρύθμιση $AM = 0$

2.2. Σύνδεση της αντίστασης R_x . Αύξηση της τάσης δια αύξησης της $\overline{AM}$ έτσι ώστε το αμπερόμετρο να έχει μετρήσιμη ένδειξη

2.3. Ρύθμιση της μέγιστης τιμής της R_n

2.4. Μεταγωγής στην θέση R_n . $\overline{AM}$ σταθερή. Δια ελάττωσης της R_n , στο αμπερόμετρο επιτυγχάνεται τελικά η ίδια ένδειξη όπως και στο εδάφιο 2.2. Άρα ισχύει:

$$R_x = R_n$$

2.5. Μέτρηση 6 αγνώστων αντιστάσεων (αυτών του εδαφίου 1.3).

3. Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων με υπολογισμό των σφαλμάτων

Άσκηση Η15

Μέτρηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου της γής

Γήινο μαγνητικό πεδίο (Γεωμαγνητικό πεδίο)

Το γήινο μαγνητικό πεδίο αποτελείται, ως προς την προέλευσή του, από δύο συνιστώσες, το μόνιμο μαγνητικό πεδίο (εσωτερικό πεδίο) και το μεταβλητό μαγνητικό πεδίο (εξωτερικό πεδίο).

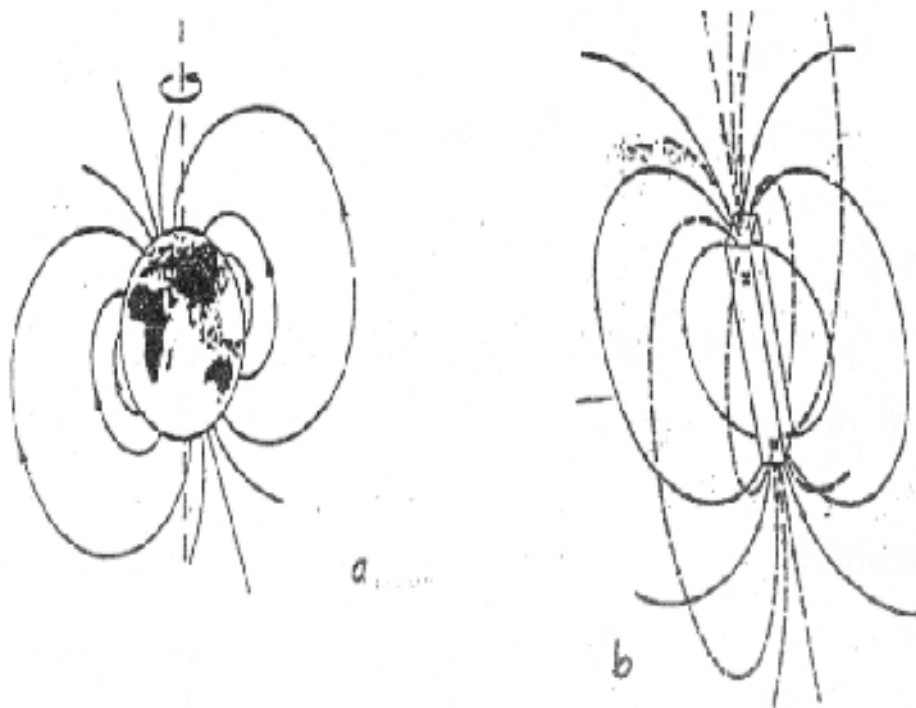
Προέλευση

Οι αιτίες για την ύπαρξη του μόνιμου μαγνητικού πεδίου οφείλονται σε διεργασίες, οι οποίες υλοποιούνται στο εσωτερικό της γής. Οι διεργασίες αυτές είναι οι κινήσεις της ηλεκτρικά αγώγιμης ύλης στα πάνω στρώματα του πυρήνα της γής. Σε αυτό το κύριο μέρος των διεργασιών προστίθενται και τα μαγνητικά πεδία των μαγνητικών πετρωμάτων του εξωτερικού φλοιού της γής στην μορφή τοπικών ανωμαλιών. Το μόνιμο μαγνητικό πεδίο, συνεισφέρει στο υλικό γεωμαγνητικό πεδίο κατά 94%.

Το μεταβλητό μαγνητικό πεδίο, οφείλεται στα ηλεκτρικά ρεύματα, στους ιονισμένους χώρους της γήινης ατμόσφαιρας και υπόκειται βραχύχρονες διακυμάνσεις, οι οποίες μπορεί να είναι και περιοδικές και μή περιοδικές (ενοχλήσεις και θύελλες). Το εξωτερικό πεδίο (6%), θεωρείται, σε σύγκριση με το εσωτερικό πεδίο, ασήμαντο.

Χαρακτηριστικά του μόνιμου μαγνητικού πεδίου

Το γεωμαγνητικό πεδίο είναι κατά κύριο λόγο διπολικό. Αυτό φαίνεται καθαρά στο παρακάτω σχήμα, όπου απεικονίζονται τα μαγνητικά πεδία της γής και ενός ραβδόμορφου μαγνήτη.



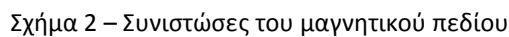
Σχήμα 1 – α) Μαγνητικό πεδίο της γης β) Μαγνητικό πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη

Αυτό δεν σημαίνει ότι το μαγνητικό πεδίο της γής παράγεται αναγκαστικά από έναν ραβδόμορφο μαγνήτη, ο οποίος βρίσκεται μέσα στην γή. Μάλλον σημαίνει ότι η μορφή του μοιάζει πολύ με την μορφή του πεδίου ενός ραβδόμορφου μαγνήτη. Για αυτόν τον λόγο είπαμε πιο πάνω 'κατά κύριο λόγο'. Ωστόσο, οι πραγματικές διεργασίες, οι οποίες παράγουν το διπολικό πεδίο της γής, είναι μάλλον εξαιρετικά περίπλοκες. Για τον λόγο αυτόν, είναι δύσκολο να απεικονιστούν οπτικά. Συνεπώς, κατασκευάζουμε την εικόνα, ότι μέσα στην γή, υπάρχει ένα δίπολο, το οποίο το ονομάζουμε γεωμαγνητικό δίπολο και το οποίο το τοποθετούμε στο κέντρο της γής.

Το γεωμαγνητικό δίπολο, δεν είναι η μοναδική συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου της γής. Εκτός από το διπολικό πεδίο, υπάρχει και ένα μη διπολικό πεδίο, το οποίο είναι ανώμαλο. Αυτό είναι κάτι, το οποίο οφείλεται στα μαγνητικά πετρώματα. Δηλαδή το μαγνητικό πεδίο της γής είναι ένα αποτέλεσμα της σύνθεσης ενός διπολικού και ενός μη διπολικού πεδίου.

Ορισμός μεγεθών

Ας υποθέσουμε ότι το μαγνητικό πεδίο σε κάποιο σημείο O πάνω στην επιφάνεια της γής έχει μια ένταση H και διεύθυνση και φορά, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ένταση H είναι ένα μέγεθος, το οποίο χαρακτηρίζεται από την αριθμητική τιμή, την διεύθυνση και την φορά. Έτσι στο παρακάτω σχήμα, το ευθύγραμμο τμήμα H , είναι ανάλογο της έντασης του πεδίου.

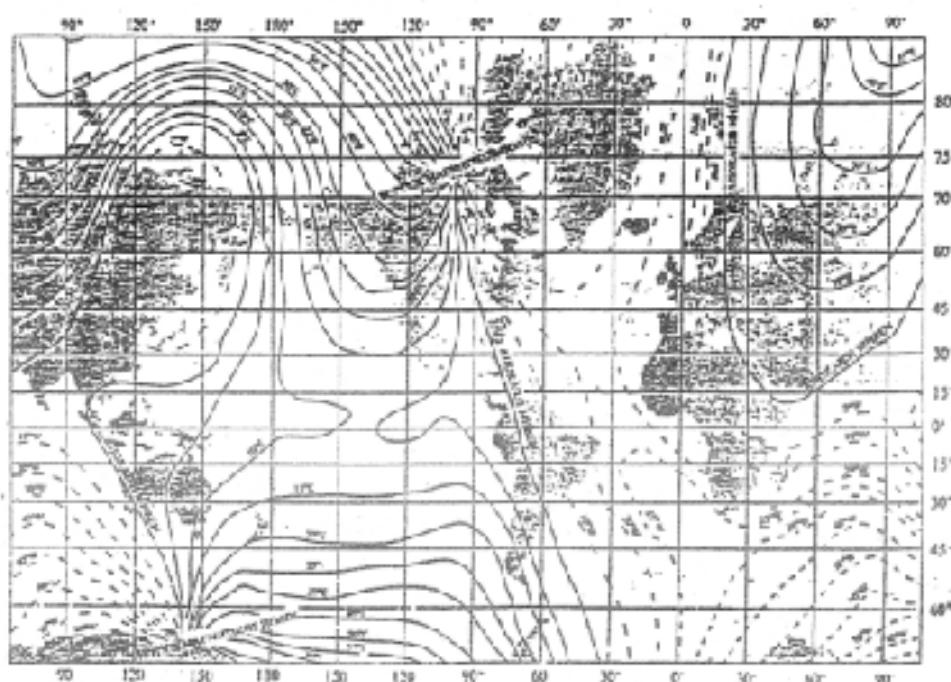


Η ένταση H μπορεί να θεωρηθεί ισοδύναμη με την H_x , την H_y και την H_z , τις τρεις συνιστώσες του πεδίου, οι οποίες δρουν αντίστοιχα στην διεύθυνση του γεωγραφικού Βορρά, στην διεύθυνση της γεωγραφικής Ανατολής και στην κατακόρυφη διεύθυνση. Τα μεγέθη H_x , H_y και H_z , θεωρούνται θετικά αν έχουν την φορά που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το μήκος των H_x , H_y και H_z στο παραπάνω σχήμα, είναι ανάλογο με το μέγεθος που έχουν οι τρεις συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου.

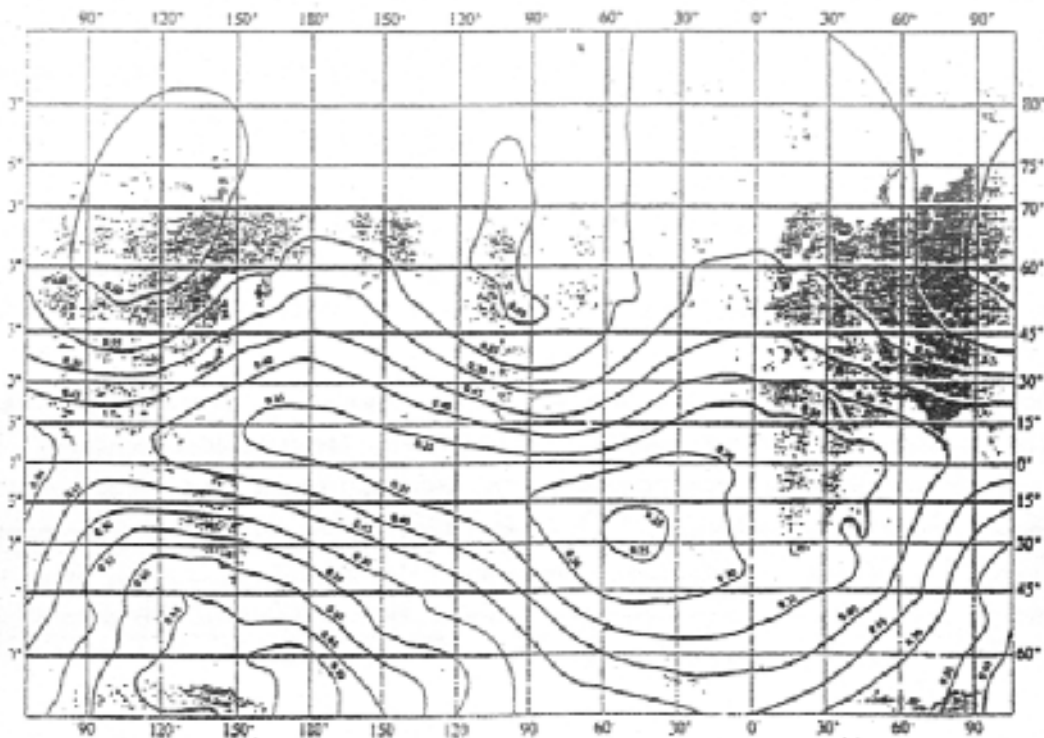
Ισομαγνητικοί χάρτες

Στους ισομαγνητικούς χάρτες, τα μαγνητικά στοιχεία απεικονίζονται με την μορφή γραμμών ίσης τιμής, δηλαδή σχεδιάζονται γραμμές οι οποίες ενώνουν τα σημεία της επιφάνειας της γής, στα οποία σημεία, ένα δεδομένο μαγνητικό στοιχείο έχει την ίδια τιμή.

Οι γραμμές, οι οποίες ενώνουν τα σημεία ίδιας απόκλισης, ονομάζονται ισογώνες γραμμές και ο αντίστοιχος χάρτης ονομάζεται ισογωνιακός χάρτης. Με τον ίδιο τρόπο, οι γραμμές των οποίων τα σημεία, έχουν την ίδια έγκλιση, ονομάζονται ισοκλινείς γραμμές. Οι ισομαγνητικές γραμμές για τα άλλα στοιχεία δεν έχουν ιδιαίτερες ονομασίες, αλλά ο σχεδιασμός τους βασίζεται πάνω στις ίδιες αρχές. Στην μορφή αυτών των γραμμικών παραστάσεων του πεδίου της γής, αναφέρονται τα δύο παρακάτω σχήματα, τα οποία δείχνουν τον χάρτη ίσης απόκλισης α και τον χάρτη ίσης έντασης του γεωμαγνητικού πεδίου H , για το έτος 1955.



Σχήμα 3 – Ισογωνιακός χάρτης



Σχήμα 4 – Χάρτης ίσης έντασης

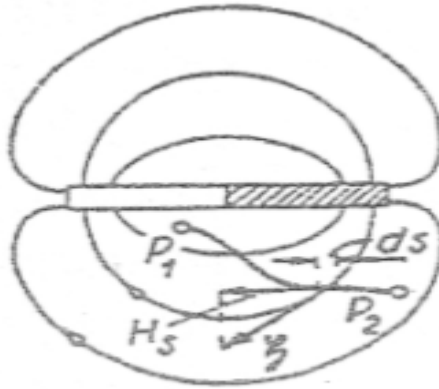
Μαγνητικά μεγέθη

Τα μαγνητικά μεγέθη, τα οποία είναι απαραίτητα για την εκτέλεση και για την κατανόηση των αποτελεσμάτων της άσκησης, είναι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος I , η ένταση του μαγνητικού πεδίου H , η μαγνητική τάση $V_m = \int \vec{H} d\vec{s}$ και η μαγνητική επαγωγή $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

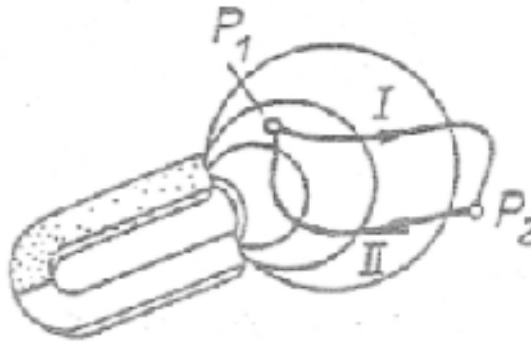
Στατικό μαγνητικό πεδίο

Όταν λέμε στατικό μαγνητικό πεδίο, εννοούμε όλα εκείνα τα πεδία, των οποίων ο σχηματισμός δεν προϋποθέτει την ύπαρξη ενός ηλεκτρικού ρεύματος. Συνεπώς, το μαγνητικό πεδίο του μόνιμου μαγνήτη, είναι στατικό, εφόσον δεν δημιουργείται από το ηλεκτρικό ρεύμα.

Σε ένα στατικό μαγνητικό πεδίο, όπως για παράδειγμα αυτό που απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα, σημειώνονται δύο σημεία Σ_1 και Σ_2 , τα οποία συνδέονται μέσω μιας καμπύλης. Η καμπύλη αυτή, διαιρείται σε πολλά μικρά στοιχεία d_s . Για κάθε ds μετريέται η συνιστώσα H_s του πεδίου, η οποία έχει την φορά του στοιχείου. Για κάθε στοιχείο, υπολογίζεται το γινόμενο $H_s \cdot d_s$ και τέλος όλα τα γινόμενα αθροίζονται.



Σχήμα 5 – Μαγνητική τάση στο στατικό πεδίο



Σχήμα 6 – Ορισμός της τάσης εκ' περιστροφής

Το μέγεθος, το οποίο λαμβάνεται με το παραπάνω γινόμενο, ονομάζεται Μαγνητική Τάση και συμβολίζεται με το σύμβολο V_m , ενώ ο ορισμός της είναι:

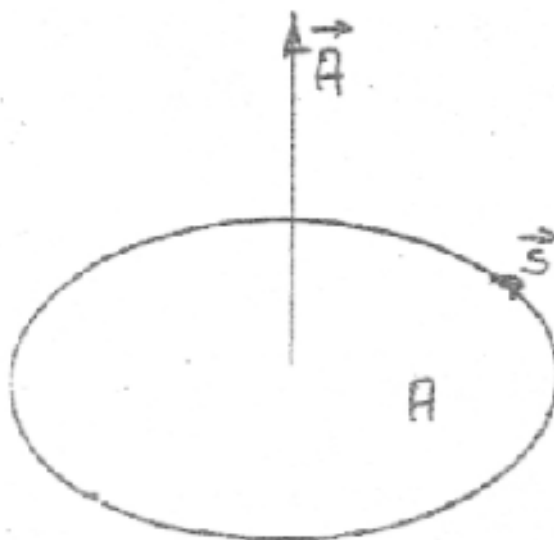
$$V_m = \int_{\Sigma_1}^{\Sigma_2} \vec{H} d\vec{s}$$

Η μαγνητική τάση λοιπόν, ισούται με το άθροισμα των γινομένων της έντασης του μαγνητικού πεδίου επί το κάθε στοιχείο ds . Η σχέση αυτή ερμηνεύεται ως εξής: στο στατικό μαγνητικό πεδίο, η μαγνητική τάση δεν εξαρτάται από την διαδρομή, αλλά μόνο από τις συντεταγμένες του αρχικού και του τελικού σημείου.

Μαγνητικό πεδίο στάσιμων ρευμάτων

Στο μαγνητικό πεδίο στάσιμων ρευμάτων, η μαγνητική τάση σχετίζεται με τις εντάσεις των ρευμάτων. Το εμβαδόν A , το οποίο εσωκλείεται από την καμπύλη ολοκλήρωσης, παίρνει

θετική φορά, σύμφωνα με την αρχή του δεξιόστροφου κοχλίου, κάτι το οποίο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 7 – Ορισμός της φοράς

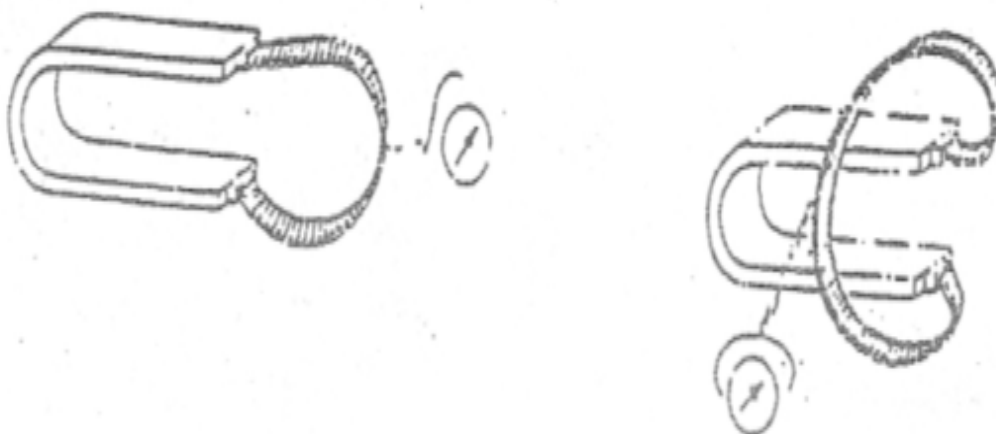
Όλες οι εντάσεις των ρευμάτων, οι οποίες διαπερνούν το εμβαδόν, θα πρέπει να συνιπολογιστούν. Οι εντάσεις των ρευμάτων θεωρούνται θετικές, εφόσον διαπερνούν το εμβαδόν με την φορά του ίδιου του εμβαδού, δηλαδή όταν με το A σχηματίζουν οξεία γωνία. Σε αντίθετη περίπτωση, θεωρούνται αρνητικά ρεύματα. Τώρα πια, μπορεί να υπολογιστεί το άθροισμα όλων των ρευμάτων. Ένα ρεύμα το οποίο διαπερνά το εμβαδόν n φορές, θα πρέπει να ληφθεί n φορές υπόψιν. Για το άθροισμα των ρευμάτων, το οποίο προσδιορίστηκε με αυτόν τον τρόπο, ισχύει ο νόμος του Ampere. Η μαγνητική τάση κλειστής καμπύλης στο στάσιμο μαγνητικό πεδίο, ισούται με το σύνολο της έντασης των εσωκλειόμενων ρευμάτων από την κλειστή καμπύλη.

Ο νόμος του Ampere, μπορεί να αποδειχθεί πολύ εύκολα ακόμα και για έναν ευθύγραμμο αγωγό. Ως καμπύλη ολοκλήρωσης επάγεται ένας κύκλος ακτίνας r , όπου στο κέντρο του κύκλου τοποθετείται ο αγωγός. Επειδή η ένταση H του μαγνητικού πεδίου σε έναν τέτοιο κύκλο είναι σταθερή, τότε η μαγνητική τάση ισούται με την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος I .

Παραδείγματα μετρήσεων

Στατικό πεδίο

A) Τα άκρα ενός μετρητή μαγνητικής τάσης τοποθετούνται στους πόλους ενός μόνιμου μαγνήτη. Στην συνέχεια ο μετρητής απομακρύνεται απότομα και αυτό είναι κάτι το οποίο επαναλαμβάνεται πολλές φορές, το οποίο απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η ένταση είναι πάντα η ίδια, παρά το γεγονός ότι ο μετρητής τοποθετείται διαφορετικά στον χώρο. Αυτό σημαίνει ότι στο στατικό πεδίο, η μαγνητική τάση είναι πράγματι ανεξάρτητη από την διαδρομή.



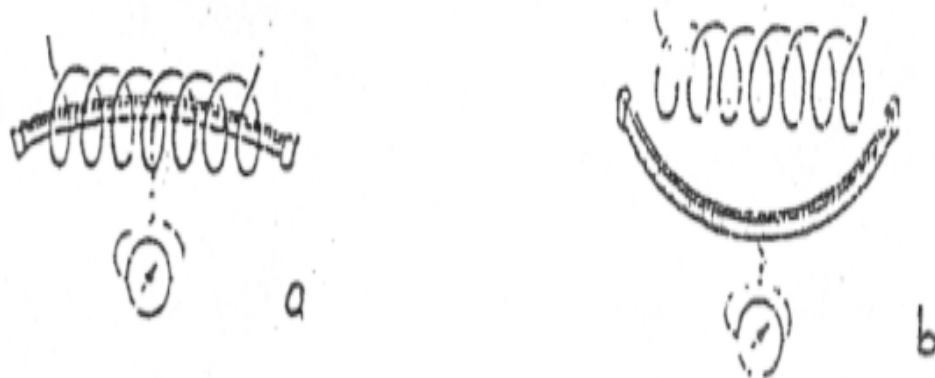
Σχήμα 8 – Μέτρηση της μαγνητικής τάσης στατικού πεδίου

Β) Ο μετρητής της μαγνητικής τάσης τοποθετείται στον χώρο του μαγνητικού πεδίου, αλλά τα δύο άκρα του είναι πάντα ενωμένα. Κατά την απότομη απομάκρυνσή του από τον χώρο του πεδίου, η ένδειξη είναι πάντα μηδενική. Το αποτέλεσμα αυτό, σημαίνει ότι, η μαγνητική τάση κλειστής καμπύλης είναι πάντα ίση με μηδέν.

Μαγνητικό πεδίο στάσιμων (σταθερών) ρευμάτων

Το μαγνητικό πεδίο, το οποίο παράγεται από ηλεκτρικά ρεύματα, χαρακτηρίζεται από μαγνητικές τάσεις, οι οποίες εξαρτώνται από τον δρόμο. Αυτό σημαίνει ότι το δυναμικό τους δεν είναι ένα βαθμωτό δυναμικό, όπως αυτό του στατικού πεδίου, αλλά το δυναμικό τους είναι μάλλον ανυσματικό.

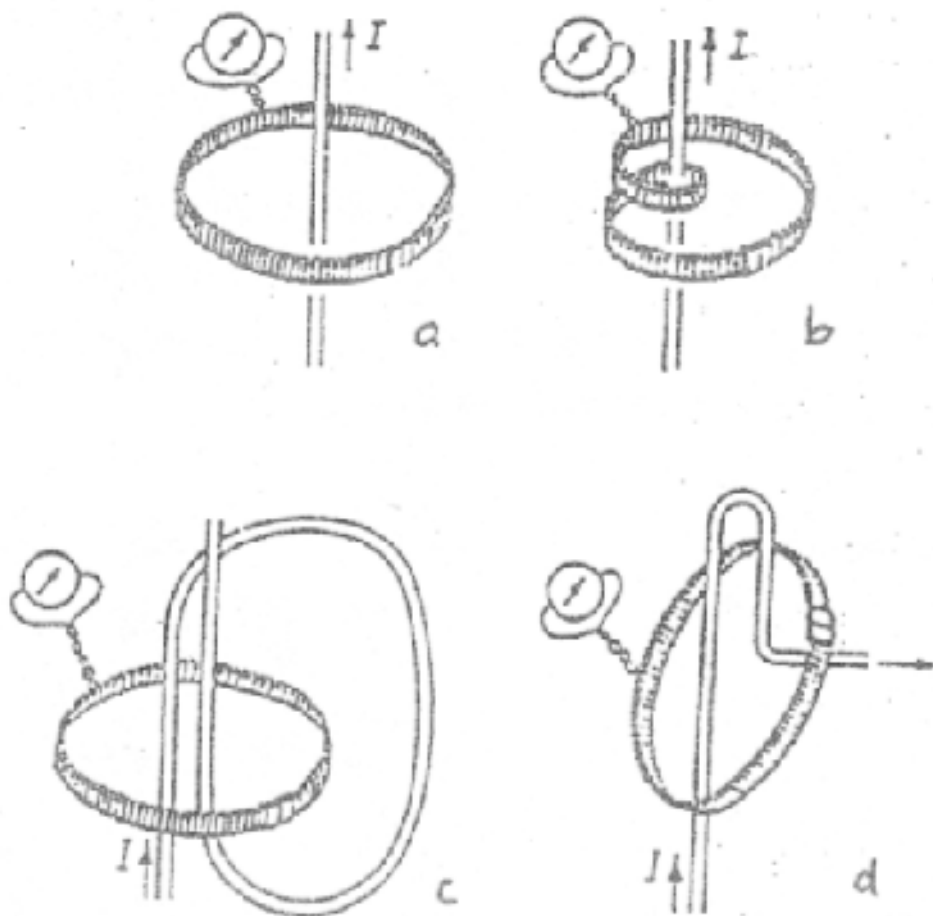
Με την διάταξη του παρακάτω σχήματος, μετριέται στην περίπτωση (α) μια υψηλή μαγνητική τάση, ενώ στην περίπτωση (β) μετριέται μια πολύ χαμηλότερη μαγνητική τάση.



Σχήμα 9 – Μαγνητική τάση στο πεδίο ενός πηνίου

Μαγνητική τάση κλειστής καμπύλης στον ευθύγραμμο αγωγό

Με την διάταξη το παρακάτω σχήματος, αποδεικνύεται, ότι η μαγνητική τάση κλειστής καμπύλης και η ένταση του ρεύματος είναι ανάλογα μεγέθη. Αν ο ευθύγραμμος αγωγός εσωκλείεται δύο φορές, τότε η μαγνητική τάση θα έχει την διπλάσια τιμή. Το ίδιο αποτέλεσμα παρατηρείται, αν το ρεύμα διαρρέει δύο φορές το εμβαδόν που εσωκλείει το πηνίο. Εφόσον δεν εσωκλείεται κανένα ρεύμα, τότε ο παλμός τάσης, ή αντίστοιχα η μαγνητική τάση, μηδενίζεται. Οι διατάξεις του παρακάτω σχήματος επαληθεύουν την γενική διατύπωση του νόμου του Ampere. Ο νόμος αυτός περιγράφει την σχέση μεταξύ μαγνητικού πεδίου και ηλεκτρικού ρεύματος σε γενική μορφή. Για τον λόγο αυτό, είναι ένας από τους πιο σημαντικούς νόμους του 'στάσιμου' ηλεκτρομαγνητικού πεδίου.



Σχήμα 10 – Μαγνητική τάση κλειστής καμπύλης στον ευθύγραμμο αγωγό

Πρακτικό μέρος

1. Τα όργανα τα οποία είναι απαραίτητα για την εκτέλεση του πειράματος, είναι:
3. Τροφοδοτικό συνεχούς ρεύματος με διακόπτη και ποτενσιόμετρο για την ρύθμιση της έντασης του ρεύματος και αμπερόμετρο
4. Μαγνητική βελόνη που περιβάλλεται από δύο στερεά εγκατεστημένα σύρματα, των οποίων δύο άκρα είναι συνδεδεμένα (σύνδεση κατά σειρά). Η μαγνητική βελόνη συνοδεύεται από ένα περιστρεφόμενο πλαίσιο με μοιρογνωμόνιο.
5. Αντί του ποτενσιόμετρου, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας ροοστάτης
2. Διαδικασία της άσκησης
 - 2.1. Το επίπεδο της μαγνητικής βελόνης τοποθετείται οριζόντια. Δια μετακίνησης του πλαισίου βρίσκεται εκείνη η θέση, όπου ο άξονας της βελόνης συμπίπτει με την ένδειξη μηδέν (0). Δι' αυτού έχει βρεθεί η φορά και η διεύθυνση του μαγνητικού μεσημβρινού, δηλαδή H_{op} .
 - 2.2. Το επίπεδο της βελόνης στρέφεται τώρα κατά 90° . Η βελόνη εκτρέπεται αμέσως και ισορροπεί μετά από μικρό χρονικό διάστημα. Η ένδειξη της βελόνης παρέχει την τοπική έγκλιση β (σε μοίρες). Η ύπαρξη της έγκλισης σημαίνει την ύπαρξη της συνιστώσας H_z .
 - 2.3. Τα βήματα 2.1 και 2.2 επαναλαμβάνονται πέντε φορές με σκοπό τον προσδιορισμό μιας μέσης τιμής της έγκλισης β .

$$\overline{\beta} = \frac{1}{5} \sum_1^5 \beta_2$$

2.4. Τα άκρα των δύο συρμάτων που περιβάλλουν την βελόνη, συνδέονται με την συνεχή τάση του τροφοδοτικού. Με ποτενσιόμετρο ή ροοστάτη, ρυθμίζεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τα σύρματα, μέχρι που η βελόνη ισορροπήσει στην ένδειξη μηδέν, συγχρόνως σημειώνουμε την ένδειξη της έντασης του ρεύματος. Το βήμα αυτό επαναλαμβάνεται πέντε φορές με σκοπό τον προσδιορισμό μιας μέσης τιμής της έντασης I του ρεύματος. Δια του χειρισμού αυτού, παράχθηκε ένα τεχνητό μαγνητικό πεδίο, το οποίο εξουδετερώνει την συνιστώσα H_z του γήινου μαγνητικού πεδίου.

3. Αξιολόγηση των μετρήσεων

3.1. Υπολογισμός της συνιστώσας $H_z = H'_z$. Η H'_z υπολογίζεται σύμφωνα με τον νόμο του Ampere. Για τον σκοπό αυτό, χρειάζεται η απόσταση μεταξύ των συρμάτων και της βελόνης. Αυτή είναι $r = 0.5 \cdot 10^{-2} m$

3.2. Με γνωστή πλέον την συνιστώσα H_z και την έγκλιση β μπορεί να υπολογιστεί μέσω μιας απλής τριγωνομετρικής σχέσης η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου H (βλέπε σχήμα 2)

3.3. Υπολογισμός της ολικής μαγνητικής επαγωγής $B = \mu_0 H$

3.4. Υπολογισμός του σφάλματος του αποτελέσματος B στην μορφή:

$$B = B_{\text{Μετρ}} \pm \Delta B$$

Άσκηση Η17

Νόμος της επαγωγής

Νόμος της επαγωγής ή Δεύτερη εξίσωση MAXWELL

Ο νόμος της επαγωγής, είναι ο σημαντικότερος νόμος του ηλεκτρομαγνητισμού. Γι'αυτόν ισχύουν οι εξής ισοδύναμες διατυπώσεις:

$$U_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_{\varepsilon\pi} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{s}$$

$$\int_{t_0}^t U_{\varepsilon\pi} dt = -(\Phi - \Phi_0)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{s}$$

Το μέγεθος Φ καλείται Μαγνητική Ροή. Γι'αυτήν, από τις σχέσεις

$$U_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ και } U_{\varepsilon\pi} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{s}, \text{ προκύπτει:}$$

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{s}$$

Και σε περίπτωση που η μαγνητική ροή είναι σταθερή ως προς το εξεταζόμενο εμβαδόν $\vec{s}$, έχουμε:

$$\varphi = \vec{B} \vec{s}$$

Εξετάζοντας την μαγνητική ροή, συναρτήσει του χρόνου, προκύπτει:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \vec{s} \frac{d\vec{B}}{dt} + \vec{B} \frac{d\vec{s}}{dt}$$

Γνωρίζοντας, ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου ενός μακρόστενου πηνίου, είναι:

$$H = \frac{N}{l} I, \text{ για την μαγνητική επαγωγή, προκύπτει:}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

Η μαγνητική ροή στο εμβαδόν s , είναι χρονικά μεταβαλλόμενη:

$$|U_{\varepsilon\pi}| = \frac{d\Phi}{dt} = s\mu_0 \frac{N}{l} \frac{dI}{dt}$$

Μαγνητική ροή

Για την μαγνητική ροή, ισχύει εξ ορισμού:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{s}$$

Η αντίστοιχη εξίσωση μονάδων, είναι:

$$[\Phi] = [\vec{B}][\vec{s}] \Rightarrow V_s = \frac{V_s}{m^2} m^2$$

Για την μαγνητική ροή, έχουμε την σαφή αντίληψη, ότι το μέγεθος αυτό βρίσκεται σε κίνηση, ότι ρέει, ότι μετατοπίζεται στον χώρο με την φορά των δυναμικών γραμμών της επαγωγής B.

Εξετάζοντας το μέγεθος $\frac{d\Phi}{dt}$ και την αντίστοιχη μονάδα μέτρησής του, διαπιστώνουμε ότι πρόκειται για $\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = V$. Άρα, το μέγεθος, το οποίο ρέει ανά μονάδα χρόνου στο εμβαδόν σ, έχει την μονάδα VOLT (V). Το μέγεθος αυτό, δεν είναι κανένα άλλο παρά το μαγνητικό ρεύμα I_m . Άρα μπορεί να σημειωθεί:

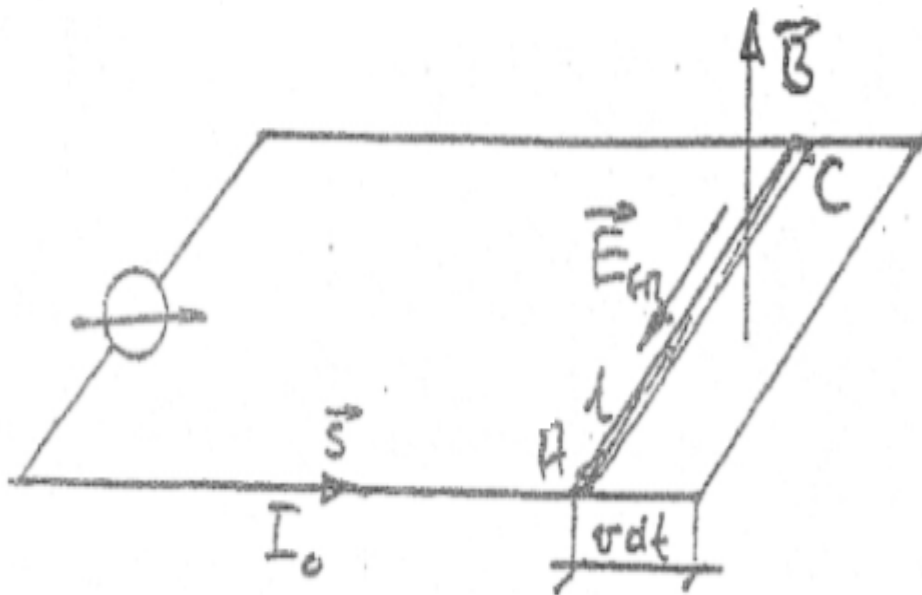
$$I_m = \frac{d\Phi}{dt}$$

Ζήτημα προσήμου στον νόμο της επαγωγής

Σίγουρα παρατηρήθηκε, ότι στο παραπάνω κείμενο, εσκεμένα χρησιμοποιήθηκε η έκφραση $|U_{\varepsilon\pi}|$ που σημαίνει την απόλυτη τιμή της τάσης εξ επαγωγής. Άρα τίθεται το ερώτημα του προσήμου της τάσης αυτής. Φυσικά ισχύει η σχέση:

$$U_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Αλλά η ορθότητα του προσήμου αυτού, θα πρέπει να αποδειχτεί. Για τον σκοπό αυτόν, κατασκευάζεται ένα κύκλωμα. Το ρεύμα I_0 ρέει δια του αγωγού l και παράγει ένα μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$. Το πρόσημο του I_0 , καθορίζεται σύμφωνα με το $\vec{s}$.



Σχήμα 3

Όταν ένα σημείο προχωράει εντός του κυκλώματος με θετική φορά $\vec{s}$, τότε η κάθετη του εσωκλειόμενου εμβαδού, δείχνει προς τα πάνω. Η παραγώμενη μαγνητική επαγωγή B , έχει εξ ορισμού την ίδια φορά με το εμβαδόν. Δι' αυτού, έχουν ήδη προσδιοριστεί τα πρόσημα της B και της Φ . Αφήνοντας τώρα τον αγωγό I να κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα u , τότε – σύμφωνα με LORENTZ – παράγεται μια δύναμη:

$$\vec{F} = q\vec{u}\vec{B}$$

Η δύναμη αυτή, μετακινεί τα θετικά φορτία του αγωγού I , έτσι ώστε αυτά να συγκεντρώνονται στο σημείο A . Αυτό σημαίνει ότι το ηλεκτρικό πεδίο εξ επαγωγής έχει την φορά που σημειώνεται στο σχήμα 3. Την ίδια φορά όμως έχει και η ένταση του ρεύματος εξ επαγωγής $I_{επ}$. Αυτή όμως είναι αντίθετη από την φορά του ρεύματος I_0 , το οποίο είναι η αιτία της υπάρχουσας επαγωγής B .

Τεχνικές γνώσεις

Αυτεπαγωγή

Ο νόμος της επαγωγής συνδέει την τάση εξ επαγωγής με την μεταβολή της μαγνητικής ροής. Εφόσον, δι' ενός οποιουδήποτε πηνίου ρέει ένα χρονικά μεταβαλλόμενο ρεύμα, τότε κάθε σπείρα του πηνίου, παράγει ένα μαγνητικό πεδίο, το οποίο διαπερνά όλες τις σπείρες και παράγει σε καθεμία από αυτές μια τάση. Το φαινόμενο αυτό, ονομάζεται ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ, εφόσον εμφανίζεται στο ίδιο το πηνίο. Για ένα σωληνοειδές πηνίο, η τάση υπολογίζεται εύκολα. Για την ένταση του πεδίου, προκύπτει:

$$H = \frac{N}{l} I$$

Για την μαγνητική επαγωγή προκύπτει:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

Για την μαγνητική ροή, που διαπερνά μια σπείρα, προκύπτει:

$$\Phi = Bs = \mu_0 \frac{N}{l} s I$$

Για την τάση, που παράγεται σε μια σπείρα, προκύπτει:

$$U'_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \frac{N}{l} s \frac{dI}{dt}$$

Για την τάση, που παράγεται σε όλες τις σπείρες μαζί, προκύπτει:

$$U_{\varepsilon\pi} = -\mu_0 \frac{N^2}{l} s \frac{dI}{dt}$$

Με τον συντελεστή αυτεπαγωγής

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} s, \text{ η τάση εξ επαγωγής μπορεί να διατυπωθεί και στην μορφή:}$$

$$U_{\varepsilon\pi} = -L \frac{dI}{dt}$$

Η μονάδα μέτρησης του συντελεστή αυτεπαγωγής, έχει την ονομασία HENRY (H). Ένα πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής 1H, εφόσον ο παλμός τάσης στην μεταβολή του ρεύματος κατά 1A, είναι:

$$[L] = 1H = 1 \frac{V_s}{A}$$

Αμοιβαία επαγωγή

Ένα σωληνοειδές πηνίο με N_a σπείρες, οι οποίες είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο μήκος l_a , διαρρέεται από ρεύμα I_a . Στο ομογενές πεδίο του πηνίου, τοποθετείται ένα δεύτερο πηνίο με N_b σπείρες, εμβαδού s_b .

Στο δεύτερο πηνίο επάγεται η τάση:

$$U^{(b)}_{\varepsilon\pi} = -N_b \frac{d\Phi_b}{dt}, \text{ όπου } \Phi_b = B_a s_b = \mu_0 \frac{N_a}{l_a} I_a s_b$$

Άρα για την ολική τάση εξ επαγωγής, προκύπτει:

$$U_{\varepsilon\pi}^{(b)} = -\mu_0 \frac{N_a}{l_a} N_b S_b \frac{dI_a}{dt}$$

Με τον συντελεστή αμοιβαίας επαγωγής

$$M = \mu_0 \frac{N_a}{l_a} N_b S_b, \text{ προκύπτει τελικά:}$$

$$U_{\varepsilon\pi}^{(b)} = -M \frac{dI_a}{dt}$$

Εφαρμογές

Στην προκειμένη άσκηση γίνεται η χρήση της σχέσης $U_{\varepsilon\pi}^{(b)} = -M \frac{dI_a}{dt}$, δηλαδή

$U_{\varepsilon\pi} = -M \frac{dI}{dt}$. Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής είναι δεδομένος και δεν μπορεί να μεταβληθεί, εφόσον εξαρτάται μόνο από σταθερά μεγέθη

$$M = \mu_0 \frac{N_a}{l_a} N_b S_b$$

Συνεπώς, η τάση εξ επαγωγής εξαρτάται πάντα από τις ιδιότητες της έντασης του ρεύματος. Εξετάζονται μερικές ειδικές περιπτώσεις:

3. $I = I_0 \eta \mu \omega t$

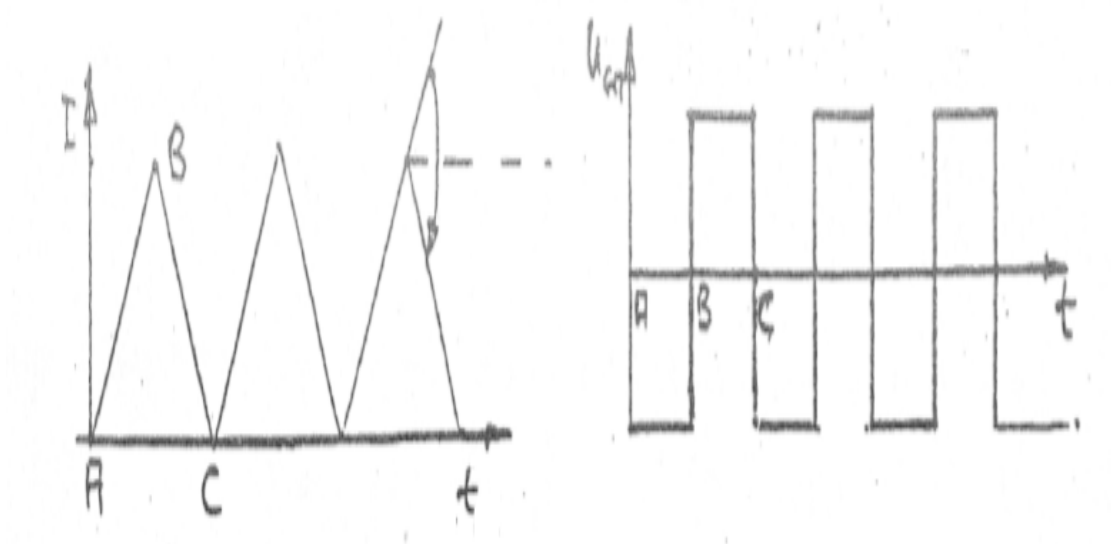
$$U_{\varepsilon\pi} = -M \frac{dI}{dt} = -M I_0 \omega \sin \omega t = M I_0 \omega \eta \mu \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Από το αποτέλεσμα αυτό, προκύπτουν μερικά συμπεράσματα. Το πλάτος της τάσης εξ επαγωγής, είναι:

$$U_{\varepsilon\pi, \max} = M I_0 \omega$$

Η τάση εξ επαγωγής έχει – σε σύγκριση με την ένταση του ρεύματος, από το οποίο παράγεται – μια διαφορά φάσης $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, διατηρεί όμως την ημιτονοειδή μορφή.

4. Η ένταση του ρεύματος είναι συναρτήσει του χρόνου μια συνάρτηση Δ, δηλαδή



Σχήμα 4

Εξετάζουμε την τάση εξ επαγωγής – σύμφωνα με την σχέση $U_{\varepsilon\pi}^{(b)} = -M \frac{dI_a}{dt}$

1. Μεταξύ των σημείων A και B ισχύει:

$U_{\varepsilon\pi}^{(AB)} = -M \frac{dI}{dt}$, όπου $\frac{dI}{dt} = a$ είναι η σταθερή κλίση της ευθείας. Άρα:

$$U_{\varepsilon\pi}^{(AB)} = -Ma, \text{ άρα έχει αρνητική τιμή}$$

2. Στο σημείο B, η κλίση της ευθείας μετακινείται από $+a$ σε $-a$. Άρα:

$$\frac{dI}{dt} = -2a. \text{ Άρα, για την τάση, προκύπτει:}$$

$$U_{\varepsilon\pi}^{(B)} = -M(-2a) = 2Ma$$

3. Μεταξύ των σημείων B και C ισχύει:

$$U_{\varepsilon\pi}^{(BC)} = -M \frac{dI}{dt} = -M(-a) = Ma, \text{ άρα έχει θετική τιμή}$$

4. Στο σημείο C, η κλίση της ευθείας μεταβάλλεται από $-a$ σε $+a$, άρα:

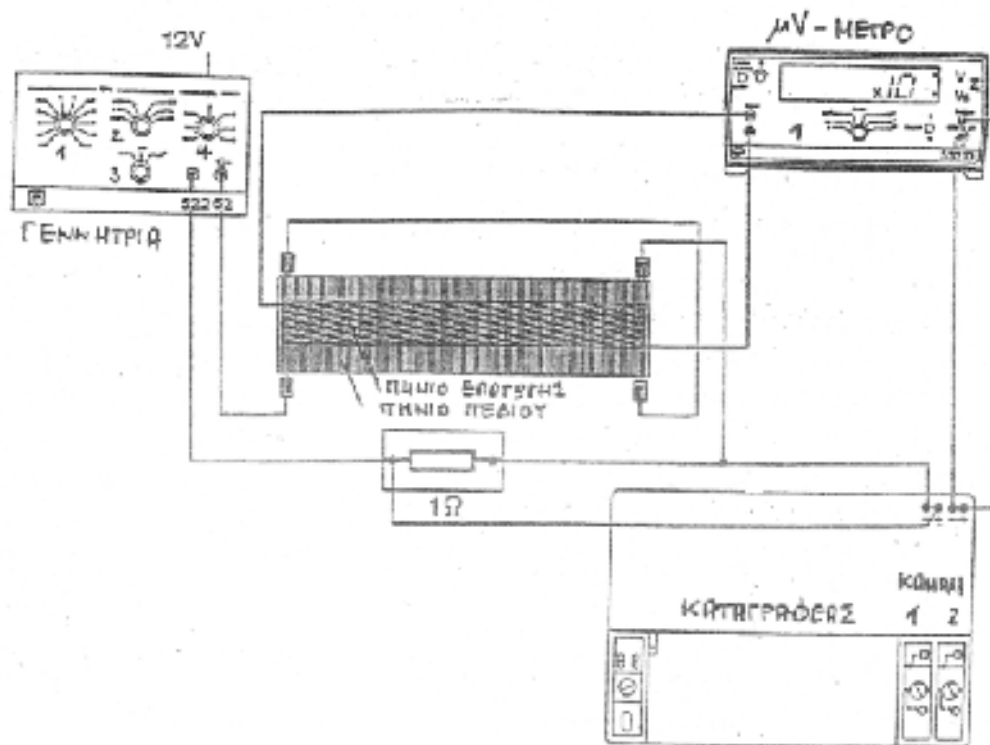
$$\frac{dI}{dt} = +2a$$

Συνεπώς, η τάση εξ επαγωγής, είναι:

$$U_{\varepsilon\pi}^{(C)} = -M(+2a) = -2Ma \text{ και το παιχνίδι αρχίζει και πάλι από την αρχή.}$$

Πρακτικό μέρος

1. Διάταξη



Σχήμα 6 – Διάταξη του πειράματος

- 1.1. Αναγνώριση της διάταξης και της λειτουργικότητάς της
- 1.2. Σχεδιασμός της διάταξης σε μορφή απλών ηλεκτρικών κυκλωμάτων
- 1.3. Συνδεσμολόγηση

Προσοχή: το πηνίο του πεδίου, έχει δύο τυλίγματα που καταλαμβάνουν το ένα όπως και το άλλο όλο το μήκος της μπομπίνας. Τα τυλίγματα αυτά συνδέονται ή θα πρέπει να συνδεθούν σε σειρά. Δι'αυτού επιτυγχάνεται μια γραμμική πυκνότητα σπειρών

$$\frac{N}{l} = 400m^{-1}$$

- 1.4. Ρύθμιση των οργάνων

Γεννήτρια: Διακόπτης 1 στην θέση 1, διακόπτης 2 στην θέση 0,1

Δι'αυτού η γεννήτρια λειτουργεί σε συχνότητα $f = 0.1Hz$

Διακόπτης 3 στην θέση $\wedge$ (Δέλτα)

Μικροβολτόμετρο: Διακόπτης 1 (GAIN) στην θέση 10^4

Διακόπτης 2 στην θέση V

Καταγραφέας: Κανάλι 1 στην θέση 10V

(καταγράφει μέσω της αντίστασης 1Ω την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο πεδίου)

Κανάλι 2 στην θέση 10V (τάση επαγωγής)

$$\text{Ταχύτητα χαρτιού: } 5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

1.5. Ισοστάθμιση της τάσης του μV -μετρου με την βοήθεια του αντίστοιχου διακόπτη (button)

Έλεγχος από τους υπεύθυνους του εργαστηρίου πριν από την έναρξη λειτουργίας και καταγραφής

1.6. Θέση σε λειτουργία της γεννήτριας

Αύξηση με αργό ρυθμό του ρεύματος δια του πηνίου πεδίου μέχρι που οι πέννες καταγραφής των δύο καναλιών να εκτρέπονται έτσι που τα αποτελέσματα να είναι αξιοποιήσιμα. Το ρεύμα του πηνίου πεδίου, δεν θα πρέπει να είναι παραμορφωμένο.

1.7. Κατέβασμα των πεννών και καταγραφή καταναλώνοντας όχι περισσότερο από 10 cm χαρτιού. STOP ανεβάζοντας τις πέννες και αποσυνδέοντας το καλώδιο που συνδέει την γεννήτρια με το πηνίο πεδίου.

2. Μετρήσεις

2.1. Μέτρηση της επαγωγικής τάσης συναρτήσει της συχνότητας ($I \square \Delta$)

2.1.1. Επανασύνδεση της γεννήτριας και κατέβασμα των πεννών

2.1.2. Αύξηση βήμα προς βήμα της συχνότητας από $0.1H_z$ μέχρι $0.6H_z$ ($0.1 - 0.2 - 0.3 - 0.4 - 0.5 - 0.6$) χειρίζοντας τον διακόπτη 1 της γεννήτριας.

2.1.3. STOP ανεβάζοντας τις πέννες και αποσυνδέοντας την γεννήτρια

2.2. Μέτρηση της επαγωγικής τάσης συναρτήσει του πλάτους της έντασης του ρεύματος του πηνίου πεδίου.

2.2.1. Ρύθμιση της γεννήτριας σε συχνότητα $f = 0.3H_z$

2.2.2. Ο διακόπτης 3 της γεννήτριας διατηρείται στην θέση Δ

2.2.3. Σύνδεση της γεννήτριας και κατέβασμα των πεννών

2.2.4. Αύξηση του ρεύματος του πηνίου πεδίου βήμα προς βήμα θέτοντας τον μεταγωγέα 4 της γεννήτριας στις θέσεις 1,2,3,4,5,6.

2.2.5. STOP

Προσοχή: η ένταση του ρεύματος του πηνίου πεδίου να μην είναι παραμορφωμένη

2.3. Μέτρηση της διαφοράς φάσης μεταξύ I και $U_{\varepsilon\pi}$

2.3.1. Ρύθμιση της γεννήτριας σε *ημίτονο* και $f = 0.2H_z$

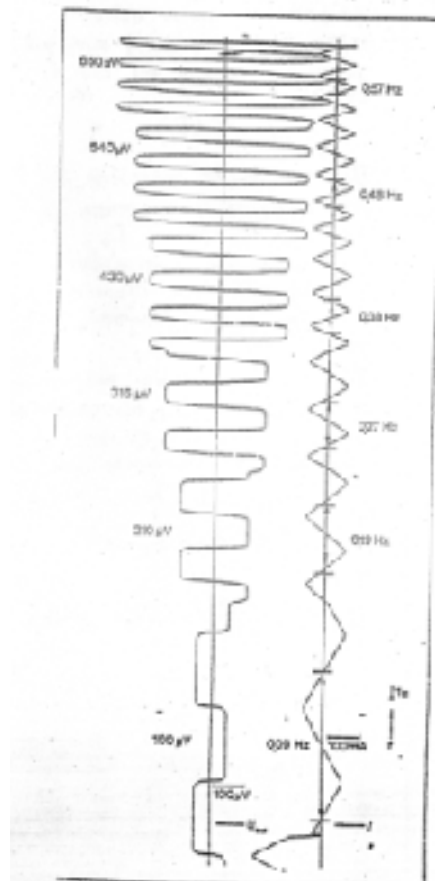
2.3.2. Βλ. Γνωστή πλέον διαδικασία

3. Αποτελέσματα των μετρήσεων και αξιολόγηση

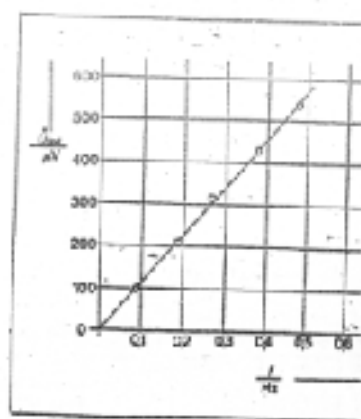
3.1. Μέτρηση της επαγωγικής τάσης συναρτήσει της συχνότητας

Η καταγραφή της μέτρησης υπό 2.1, μας δίνει την εικόνα 7. Κατασκευάζουμε ένα γράφημα, όπου η τεταγμένη είναι το πλάτος της επαγωγικής τάσης και η τετμημένη είναι η συχνότητα. Το πλάτος και η συχνότητα υπολογίζονται μέσα από τις πληροφορίες που περιέχει το σχήμα 7. Δι'αυτού λαμβάνεται το σχήμα 8. Απ'αυτό, προκύπτει ότι η επαγωγική τάση εξαρτάται γραμμικά από την συχνότητα της έντασης του ρεύματος του πηνίου πεδίου.

Το αποτέλεσμα αυτό, ήταν αναμενόμενο (βλέπε π.χ. τις εφαρμογές στο θεωρητικό μέρος)



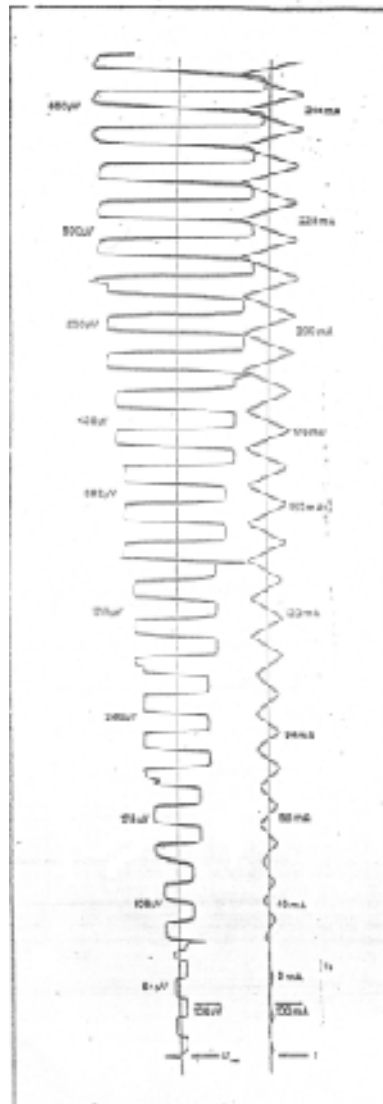
Σχήμα 7 – Επαγωγική τάση και συχνότητα (καταγραφή)



Σχήμα 8 – Επαγωγική τάση και συχνότητα (μέσω της καταγραφής στο σχήμα 7)

3.2. Μέτρηση της επαγωγικής τάσης του πλάτους και της έντασης του πηνίου πεδίου.
Το σχήμα 9 δείχνει την καταγραφή των μετρήσεων του εδαφίου 2.2, όπου η επαγωγική τάση μετριέται συναρτήσει του πλάτους της έντασης του ρεύματος του

πηνίου πεδίου. Με τις μετρήσεις αυτές, κατασκευάζεται το γράφημα του σχήματος 10, όπου $U_{\varepsilon\pi} = f(I)$



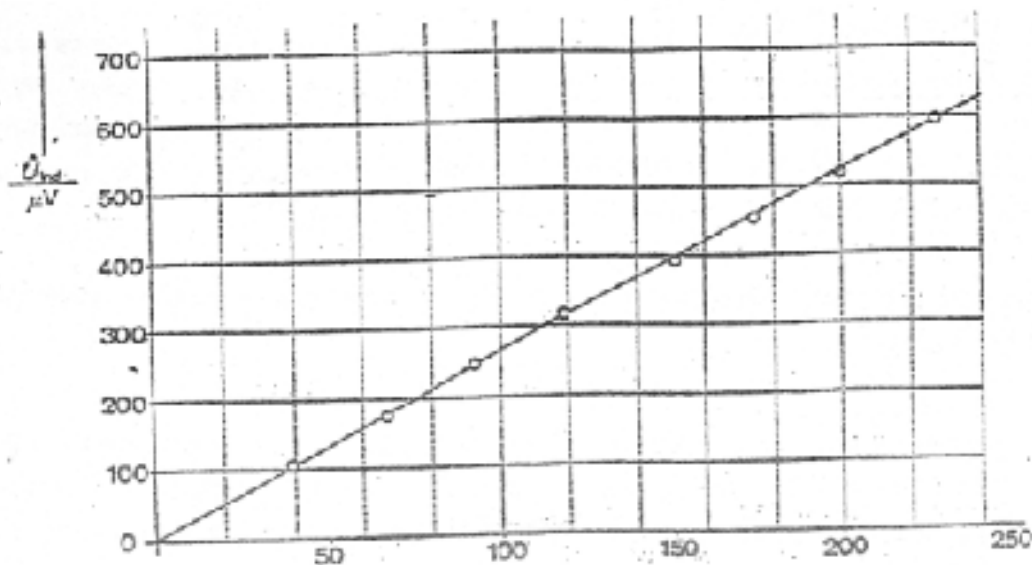
Σχήμα 9 – Επαγωγική τάση συναρτήσει του πλάτους του ρεύματος του πηνίου πεδίου (καταγραφή)

Από το σχήμα 10. Προκύπτει, ότι η επαγωγική τάση εξαρτάται γραμμικά από το πλάτος I_0 . Υπό το εδάφιο 3.1, διαπιστώθηκε ότι η επαγωγική τάση εξαρτάται γραμμικά και από την συχνότητα της έντασης του ρεύματος I .

Άρα η μέγιστη δυνατή επαγωγική τάση προκύπτει από την ταυτόχρονη μεταβολή τόσο του πλάτους, του I , όσο και της συχνότητας, δηλαδή:

$$U_{\varepsilon\pi} = -L \frac{dI}{dt}, \text{ όπου } I = I_0(t)\eta\mu\omega t. \text{ Συνεπώς:}$$

$$U_{\varepsilon\pi} = -L \left[\frac{dI_0}{dt} \eta\mu\omega t + I_0 \omega \sigma\upsilon\nu\omega t \right]$$

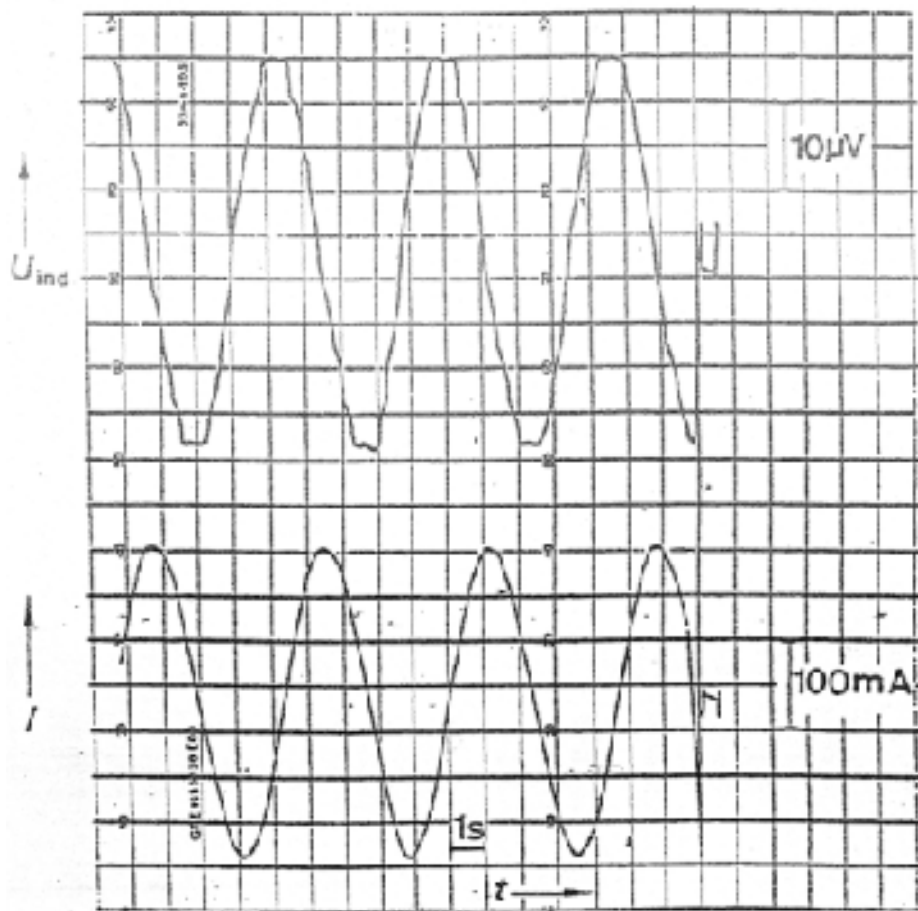


Σχήμα 10 – Επαγωγική τάση συναρτήσει του πλάτους του ρεύματος του πηνίου πεδίου (μέσω της καταγραφής στο σχήμα 9)

3.3. Μέτρηση της διαφοράς φάσης μεταξύ $I = I_0 \eta \mu \omega t$ και $U = L \frac{dI}{dt}$

Ήδη στο θεωρητικό μέρος, Εφαρμογές, αποδείχτηκε, η ύπαρξη μιας διαφοράς φάσης $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Στο σχήμα 11 απεικονίζονται οι μετρήσεις του εδαφίου 2.3. η διαφορά φάσης, είναι άμεσα αντιληπτή, όπου η ένταση του ρεύματος ισούται με μηδέν. Εκεί η επαγωγική τάση, διαπερνά το ελάχιστο ακρότατο.

Σημείωση: Οι παραμορφώσεις της επαγωγικής τάσης οφείλονται στην ασυμμετρία του ημιτονοειδούς σήματος που παράγεται στην γεννήτρια συχνοτήτων.



Σχήμα 11 – Διαφορά φάσης (καταγραφή)

4. Ο πειραματιστής που εκτελεί το συγκεκριμένο πείραμα, θα καταγράψει παρόμοια αποτελέσματα με αυτά των σχημάτων 7,9 και 11. Μέσα από τις δικές του μετρήσεις, οφείλει να βγάλει τα αντίστοιχα αποτελέσματα. Μόνο από αυτήν την έννοια προστέθηκε στο ΠΡΑΚΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ το κεφάλαιο *Αποτελέσματα των μετρήσεων και αξιολόγηση*.
5. Υπολογισμός της έντασης του ρεύματος I , της συχνότητας και της επαγωγικής τάσης
Συχνότητα:

Για τον υπολογισμό της συχνότητας μετριέται η απόσταση s , σε cm μιας περιόδου μέσα από το σχήμα 7. Γνωρίζοντας την ταχύτητα u της κίνησης του χαρτιού, η συχνότητα προκύπτει από την σχέση:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{u}{s}$$

Επαγωγική τάση:

Για την βαθμολόγηση αυτής ισχύει:

$27mm \square 100\mu V$

Ένταση του ρεύματος:

Για την βαθμολόγηση αυτής ισχύει:

$42mm \square 100mA$

Άσκηση Η31

Ο λόγος $\frac{e}{m}$ του ηλεκτρονίου

Το ηλεκτρόνιο σε ηλεκτρικό πεδίο

Επιτάχυνση του ηλεκτρονίου

Ένα ηλεκτρόνιο φορτίου $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ και μάζας $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, το οποίο βρίσκεται στον χώρο επιρροής ενός ηλεκτρικού πεδίου, υφίσταται την επιρροή του. Πάνω του ασκείται η ηλεκτρική δύναμη $F = eE_x$ και του προσδίδει επιτάχυνση: $m \frac{du_x}{dt} = eE_x$

Συνεπώς, υπό την προϋπόθεση, ότι η αρχική του ταχύτητα $U_{0,x} = 0$, για την ταχύτητά του μετά από χρόνο t , προκύπτει

$$u_x = \frac{e}{m} E_x t$$

Με $X_0 = 0$, για το διάστημα που διανύει στον ίδιο χρόνο, ισχύει:

$$X = \frac{1}{2} \frac{eE_x}{m} t^2$$

Εξετάζοντας το πρόβλημα ενεργειακά και όχι κινηματικά – όπως παραπάνω – διαπιστώνεται ότι ισχύει το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Η ηλεκτρική δύναμη, παράγει ένα έργο, το οποίο μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Επειδή

$$dW = dE_k$$

$$Fa_x = d\left(\frac{m}{2} U_x^2\right)$$

$$W = \int_0^x F_x a_x = F_x X = eE_x \frac{1}{2} \frac{eE_x}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 E_x^2}{m} t^2$$

$$E_k = \int d\left(\frac{m}{2} U_x^2\right) = \frac{m}{2} U_x^2 = \frac{m}{2} \frac{e^2 E_x^2}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 E_x^2}{m} t^2$$

Από τις σχέσεις αυτές, οι οποίες προκύπτουν, μετά χρήσης των δύο σχέσεων

$$U_x = \frac{e}{m} E_x t$$

$$X = \frac{1}{2} \frac{eE_x}{m} t^2, \text{ συμπεραίνεται η ορθότητα της κινηματικής και της ενεργειακής άποψης.}$$

Μετά απαλοιφής του χρόνου t των δύο παραπάνω σχέσεων, για το διάστημα και την ταχύτητα προκύπτουν αντίστοιχα:

$$x = \frac{1}{2 \frac{e}{m} E_x} U_x^2 \quad x=1$$

, και με $E_x = \frac{U_x}{l}$, έχουμε: $u_x^2 = 2 \frac{e}{m} U_x \Rightarrow \frac{m}{2} u_x^2 = e U_x$

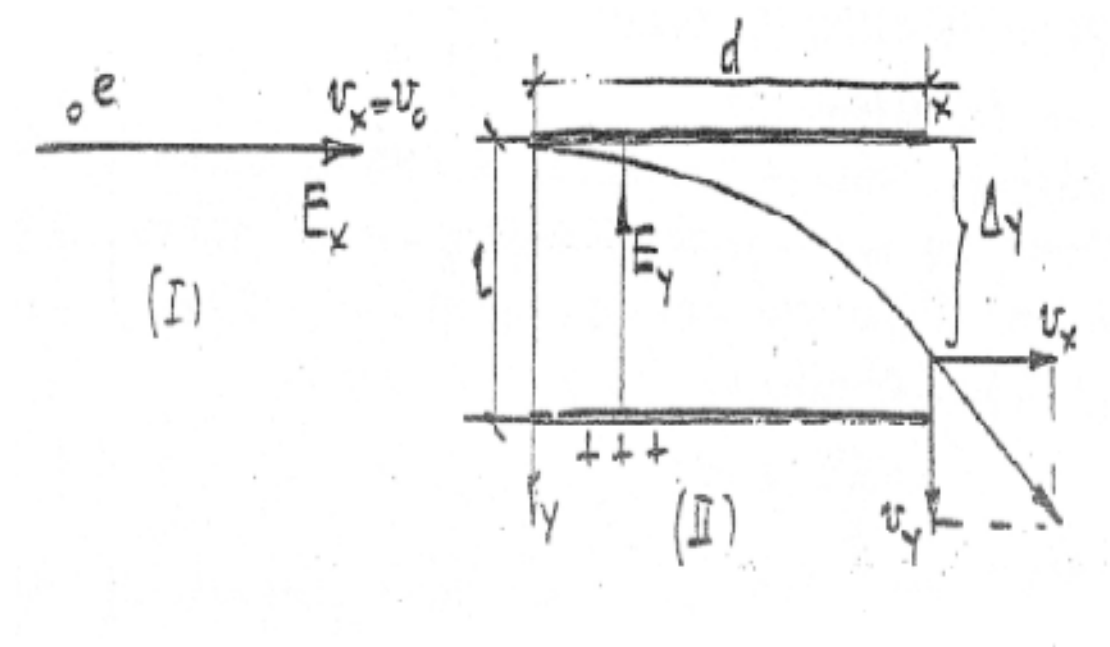
$$u_x^2 = 2 \frac{e}{m} E_x x$$

Εκτροπή του ηλεκτρονίου στο ηλεκτρικό πεδίο

Έστω ότι ένα ηλεκτρόνιο έχει επιταχυνθεί αποκτώντας, σύμφωνα με την σχέση

$$u_x^2 = 2 \frac{e}{m} U_x \Rightarrow \frac{m}{2} u_x^2 = e U_x, \text{ μια ταχύτητα } U_x. \text{ Το ηλεκτρόνιο αφεύεται τώρα να}$$

εισχωρήσει σε ένα δεύτερο ηλεκτρικό πεδίο E_y . Το σχήμα 1 αποσαφηνίζει την κατάσταση.



Σχήμα 1

Για το ηλεκτρικό πεδίο (II) ισχύουν οι εξισώσεις δυνάμεων:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= 0 & m\ddot{y} &= eE_y \\ u_x &= u_0 & u_y &= \frac{e}{m} E_y t \\ x &= u_0 t & y &= \frac{e}{m} E_y \frac{t^2}{2} \end{aligned}$$

Με $E_y = \frac{U_y}{l}$ και διάπαλσιφής του χρόνου, προκύπτει:

$$y = \frac{e}{2m} \frac{U_y}{lu_0^2} x^2$$

Δίνοντας στην σχέση αυτήν την μορφή:

$$y = \frac{e}{4l} \frac{U_y}{\frac{m}{2} u_0^2} x^2 = \frac{e}{4l} \frac{U_y}{E_{k,0}} x^2, \text{ βλέπουμε ότι η τιμή της συντεταγμένης } y, \text{ εξαρτάται από την}$$

αρχική κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου.

Στην έξοδο του πυκνωτή ισχύει $x = d$. Άρα από την σχέση $y = \frac{e}{2m} \frac{U_y}{lu_0^2} x^2$, προκύπτει:

$$y = \delta y = \frac{e}{m} \frac{U_y}{2lu_0^2} d^2$$

Άρα μετρώντας – κατά κάποιον τρόπο – την απόκλιση Δ_y και με γνωστά όλα τα άλλα μεγέθη, ο υπολογισμός του λόγου $\frac{e}{m}$ είναι δυνατός:

$$\frac{e}{m} = \frac{2lu_0^2}{U_y} \frac{\Delta_y}{d^2}$$

Αλλά η ταχύτητα u_0 του ηλεκτρονίου ως προς τον άξονα x , δεν είναι γνωστή, εφόσον δεν ταυτίζεται πλήρως με την ταχύτητα $\sqrt{\frac{2eU_x}{m}}$, λόγω του ότι βγαίνοντας από την κάθοδο έχει ήδη μια ταχύτητα ή κινητική ενέργεια που οφείλεται στην θέρμανση της καθόδου.

Εκτροπή του ηλεκτρονίου στο μαγνητικό πεδίο

Για την εκτροπή ισχύει η σχέση $\Delta_y = y = \frac{u_0}{\omega} (1 - \sin \omega t)$

Ηλεκτρόνιο σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

Οι εκτροπές αναιρούνται, εφόσον οι δυνάμεις έχουν το ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά. Επομένως ισχύει:

$$F_{\text{ΗΛ}} = F_{\text{ΜΓ}}$$

$$eE = eu_0B$$

$$u_0 = \frac{E}{B}$$

Στην περίπτωση αυτή, το ηλεκτρόνιο διαπερνά τα πεδία E και B

Πρακτικό μέρος

1. Αναγνώριση της διάταξης μέτρησης

1.1. Λυχνία εκτροπής

Η λυχνία εκτροπής αποτελείται από την κάθοδο (K), την άνοδο (A) και την πλάκα εμφάνισης της ηλεκτρονικής δέσμης, με δύο ηλεκτρόδια για την εφαρμογή υψηλής τάσης. Το εσωτερικό της λυχνίας είναι αερόκενο

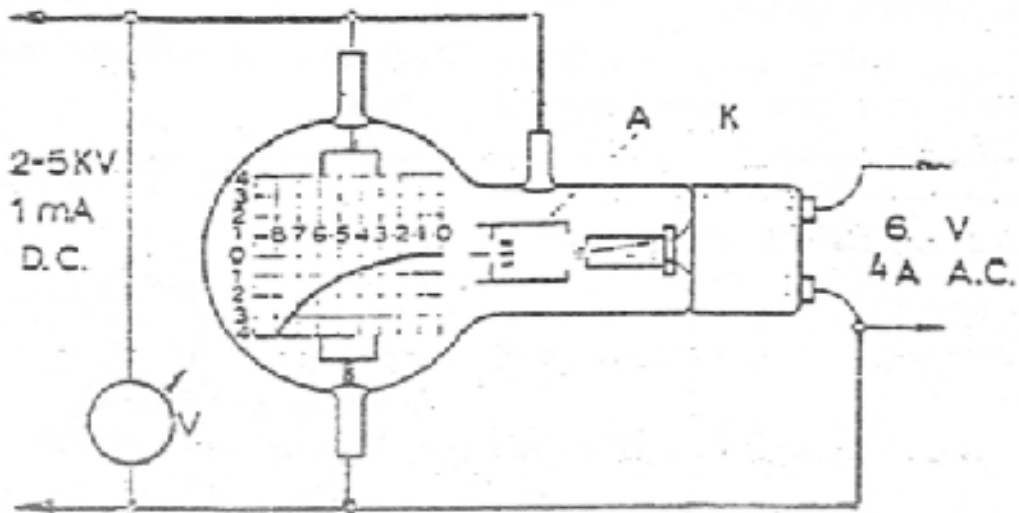
Η κάθοδος αποτελείται από νήμα δύστηκτου υλικού στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται μια χαμηλή τάση, ώστε να διαρρέεται από ρεύμα και να θερμαίνεται. Λόγω της θέρμανσης, ορισμένα ηλεκτρόνια υπερνικούν τις δυνάμεις που τα συγκρατούν στο μέταλλο και εγκαταλείπουν το νήμα εισχωρώντας στον αερόκενο χώρο.

Η άνοδος έχει υψηλό δυναμικό σε σχέση με την κάθοδο. Συνεπώς, τα ηλεκτρόνια, τα οποία ελευθερώνονται να βρίσκονται υπό την επίδραση ενός ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου και της αντίστοιχης ηλεκτρικής δύναμης. Δι' αυτού επιταχύνονται και αποκτούν κινητική ενέργεια, ίση με το έργο της ηλεκτρικής δύναμης.

Ακριβώς στον άξονα του γυάλινου σωλήνα, η άνοδος έχει ένα μικρό άνοιγμα. Τα ηλεκτρόνια, τα οποία πέφτουν σ' αυτό το άνοιγμα, σχηματίζουν διαπερνώντας το μια λεπτή ηλεκτρονική δέσμη που πέφτει πάνω στην πλάκα εμφάνισης. Αυτή αποτελείται από φύλλο μίκας και έχει εκατοστομετρική διαγράμμιση. Η μίκας είναι ένα φθερίζον υλικό, ώστε να γίνεται δυνατή η παρατήρηση της τροχιάς της ηλεκτρονικής δέσμης.

Εξ' άλλου, στις πλευρές του φύλλου μίκας, οι οποίες είναι παράλληλες προς τον άξονα της λυχνίας, υπάρχουν δύο ηλεκτρόδια σε μορφή πλακών, τα οποία απέχουν μεταξύ τους, απόσταση ίση με 5 cm. Στα ηλεκτρόδια αυτά εφαρμόζεται μια υψηλή τάση, σχηματίζεται δηλαδή στον ενδιάμεσο χώρο ένα υψηλό ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο αποτελεί το πεδίο εκτροπής των ηλεκτρονίων.

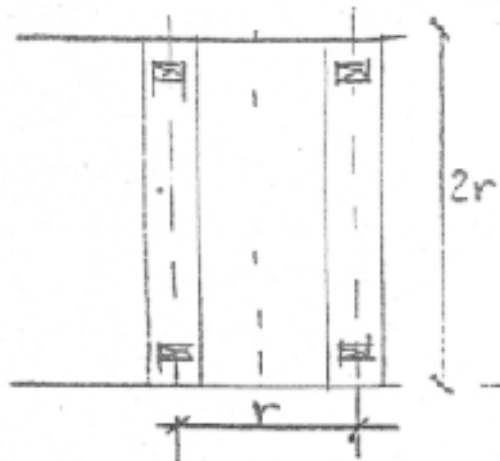
Η λυχνία εκτροπής μαζί με την συνδεσμολογία της, απεικονίζεται στο σχήμα 1.



Εικόνα 1 – Λυχνία εκτροπής

Πηνία HELMHOLTZ

Η μαγνητική απόκλιση της μαγνητικής δέσμης υλοποιείται με την βοήθεια των πηνίων HELMHOLTZ, τα οποία συνδέονται σε σειρά και εφάπτονται στην γυάλινη σφαίρα της λυχνίας (βλέπε σχήμα 2)



Εικόνα 2 – Πηνία HELMHOLTZ

Η μαγνητική επαγωγή στο κέντρο της σφαίρας είναι:

$$B = \frac{32\pi n}{5\sqrt{5}r} 10^{-7} I \quad [B] = T \quad \text{όπου } n = 320 \text{ είναι ο αριθμός των σπειρών του}$$

κάθε πηνίου $r = 6.8 \cdot 10^{-2} m$

I – η ένταση του ρεύματος σε A $I \square 1A$

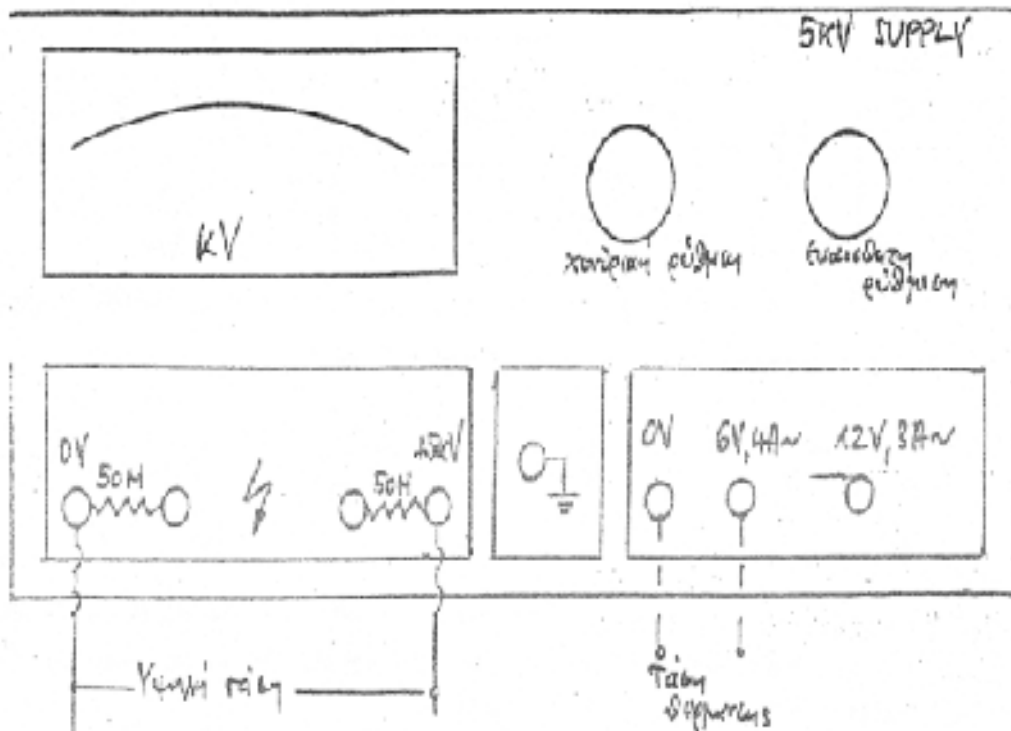
Έτσι προκύπτει:

$$B = 4.35 \cdot 10^{-3} I$$

Κυκλώματα

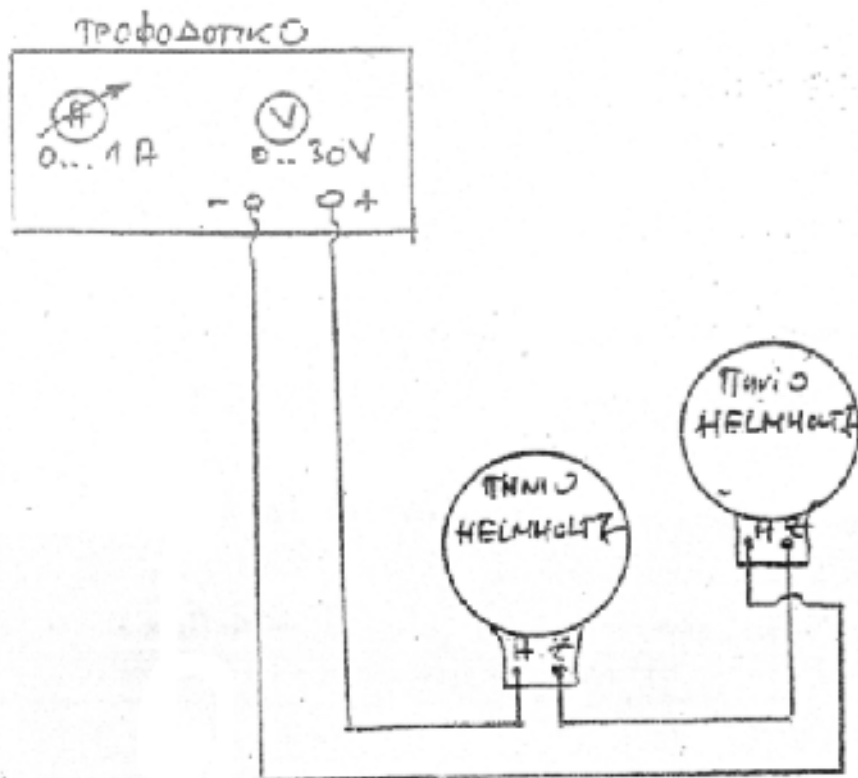
Κύκλωμα υψηλής τάσης

Το κύκλωμα της υψηλής τάσης ήδη αναφέρεται στο σχήμα 1. Κάτω από τις συγκεκριμένες συνθήκες του εργαστηρίου ισχύει:



Κύκλωμα υψηλής τάσης

Κύκλωμα χαμηλής τάσης



Κύκλωμα χαμηλής τάσης

Μετρήσεις

Μέτρηση της έντασης E και της επαγωγής B

1. Ρύθμιση της υψηλής τάσης σε $U = 2.5KV$ και παρατήρηση της τροχιάς της ηλεκτρονικής δέσμης
2. Κλείσιμο του διακόπτη του τροφοδοτικού χαμηλής τάσης. Ρύθμιση της έντασης του ρεύματος έτσι, ώστε η τροχιά των ηλεκτρονίων να είναι ευθεία και να διαπερνά το σημείο 10 του φύλλου της μίκας.
3. Υπολογισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε $l = 5 \cdot 10^{-2} m$ από την σχέση $E = \frac{U}{l}$ και της μαγνητικής επαγωγής με l σε A από την σχέση $B[T] = 4.35 \cdot 10^{-3} I$
4. Επανάληψη των 3 πιο πάνω χειρισμών, για όλες τις τιμές υψηλής τάσης σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

U/V	$E/V/m$	I/A	B/T	$\frac{B^2}{T^2}$	x/m	y/m	R/m	$\frac{B^2 R}{T^2 \cdot m}$	
2500									
3000									
3500									
4000									
4500									
5000									

5. Αποσύνδεση της υψηλής τάσης

Μέτρηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών

1. Επανασύνδεση της λυχνίας εκτροπής με υψηλή τάση, αλλά μόνο για την τάση επιτάχυνσης. Το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης της μίκας μένει αποσυνδεδεμένο.
2. Ρύθμιση των ίδιων ζευγών τιμών για την υψηλή τάση και την ένταση του ρεύματος, δηλαδή αυτών των τιμών που έχουν ήδη καταγραφεί στον παραπάνω πίνακα. Δι' αυτού, παρατηρείται η κίνηση των ηλεκτρονίων κάτω από την επίδραση μόνο του μαγνητικού πεδίου
3. Καταχώρηση των τιμών x και y ενός σημείου της τροχιάς στον παραπάνω πίνακα.
4. Διακοπή των κυκλωμάτων

5. Υπολογισμός της ακτίνας $R = \frac{(x^2 + y^2)}{2y}$

6. Συμπλήρωση του πίνακα και υπολογισμός του λόγου $\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 R}$ για τις διάφορες περιπτώσεις

7. Υπολογισμός της μέσης τιμής του λόγου $\frac{e}{m} : \overline{\frac{e}{m}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 \left(\frac{e}{m} \right)$

8. Το φορτίο των ηλεκτρονίων είναι $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της μάζας m

$$\overline{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 \frac{e}{\left(\frac{e}{m} \right)_i} = \frac{e}{n} \sum_{i=1}^6 \frac{e}{\left(\frac{e}{m} \right)_i} = \frac{e}{n} \sum_{i=1}^6 \left(\frac{m}{e} \right)_i$$

9. Κατασκευή του γραφήματος $E = f(B^2 R)$ και υπολογισμός του λόγου $\frac{e}{m}$ από την κλίση της ευθείας
10. Σύγκριση του αποτελέσματος του εδαφίου 9 με το αποτέλεσμα του εδαφίου 7 και με την βιβλιογραφία

Άσκηση H32

Μέτρηση της έντασης μαγνητικού πεδίου ενός ζεύγους πηνίων (πηνία HOLMKOLTZ) κατά μήκος του άξονα

Θεωρητική μελέτη

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{H}$ και η πυκνότητα της μαγνητικής ροής B συνδέονται μεταξύ τους δια της σχέσης:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \text{ με } [H] = \frac{A}{m} \text{ και } B = \frac{V_s}{m^2} = T$$

Το μέγεθος μ ονομάζεται διαπερατότητα. Για αυτό το μέγεθος, ισχύει:

$\mu = \mu_r \mu_0$, όπου μ_r - σχετική διαπερατότητα και $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{V_s}{A_m}$, μαγνητική σταθερά πεδίου.

Ο προσδιορισμός των μεγεθών $\vec{H}$ και $\vec{B}$, για οποιοσδήποτε γεωμετρικές διατάξεις, έχει ως αφετηρία το διανυσματικό δυναμικό:

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{j} \frac{dV}{r}, \text{ με } \vec{j} = \frac{A}{m^2} = \text{πυκνότητα ρεύματος}$$

Αυτό συνδέεται με την πυκνότητα της μαγνητικής ροής $\vec{B}$ δια της σχέσης:

$$\vec{B} = \nabla * \vec{A}$$

Από την σχέση αυτή, έπεται ότι $[A] = \frac{V_s}{m}$. Η σχέση $\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{j} \frac{dV}{r}$ είναι ο ως επί το πλείστον χρησιμοποιημένος ορισμός του διανυσματικού δυναμικού. Ένα μεγάλο πλήθος Φυσικών όμως, αντί της σχέσης αυτής, χρησιμοποιεί τον ορισμό:

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int \vec{j} \frac{dV}{r} \text{ και επομένως } \vec{H} = \nabla * \vec{A}, [\vec{A}] = A$$

Ο καθένας από αυτούς τους ορισμούς είναι φορέας πλεονεκτημάτων, τα οποία δεν θα αναλυθούν στο υπό ανάγνωσης σύγγραμμα. Ανεξαρτήτως από τον ορισμό του διανυσματικού δυναμικού, το αποτέλεσμα είναι το ίδιο και καλείται νόμος του Biot, Savart.

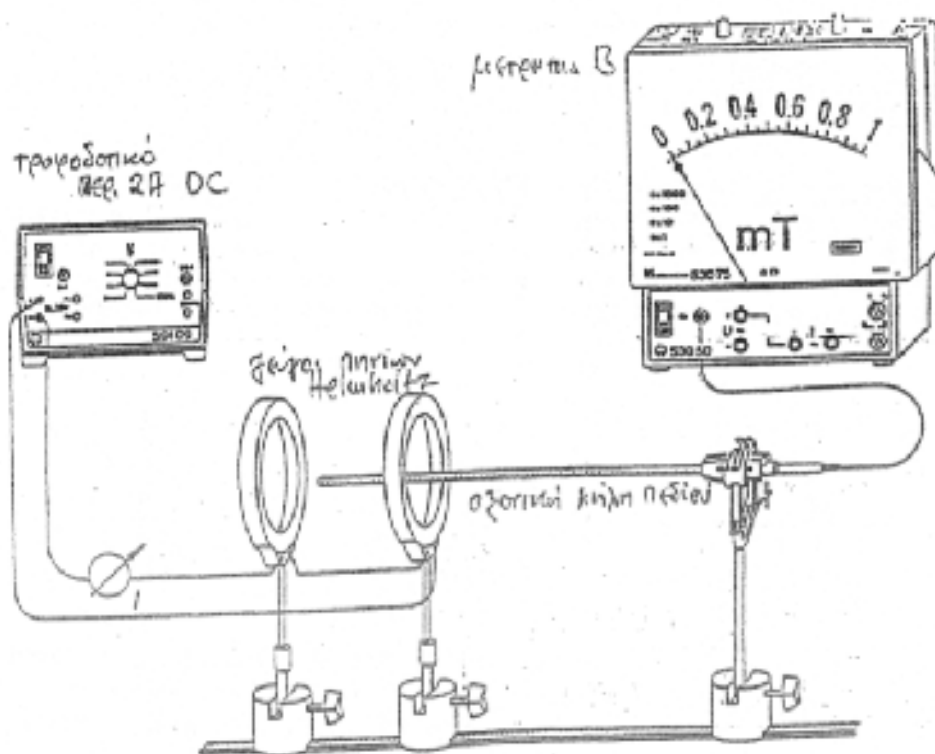
$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2} d\vec{s} \frac{\vec{r}}{r} \text{ είτε } dH = \frac{I}{4\pi r^2} \eta \mu x ds$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi r^2} d\vec{s} \frac{\vec{r}}{r} \text{ είτε } dB = \frac{\mu I}{4\pi r^2} \eta \mu x ds$$

Ο νόμος του Biot και Savart, δίνει την δυνατότητα υπολογισμού μαγνητικών πεδίων που προκαλούνται από ευθύγραμμους, ρευματοφόρους αγωγούς, χωρίς νωρίτερα να είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός του διανυσματικού δυναμικού.

Πειραματική διάταξη

3. Οι συσκευές διατάσσονται στον χώρο, σύμφωνα με το σχήμα 3. Η ακτίνα των πηνίων, είναι $R = 6.8\text{cm}$
4. Τα πηνία συνδέονται σε σειρά. Η τάση τροφοδοσίας ρυθμίζεται έτσι, ώστε το ρεύμα να είναι περίπου $I = 1\text{A}$. Προσοχή! Το μέγιστο επιτρεπόμενο ρεύμα στα πηνία είναι $I_{\text{max}} = 1.5\text{A}$
5. Η μύτη της αξονικής μήλης πεδίου τοποθετείται στο κέντρο μεταξύ των δύο πηνίων. Το κέντρο αυτό είναι το σημείο του μηδενός του άξονα a (βλέπε σχήμα 2)
6. Το πεδίομετρο για B και η αξονική μήλη πεδίου βαθμονομούνται με την βοήθεια του πηνίου καλμπραρίσματος. (βλέπε ειδικές οδηγίες χρήσης και συμβουλέψου τον τεχνικό ειδικό του εργαστηρίου)



Σχήμα 3 – Πειραματική διάταξη για την μέτρηση του μαγνητικού πεδίου

Μετρήσεις

Η αξονική μήλη πεδίου τοποθετείται στον άξονα των δύο πηνίων

A) Απόσταση b : ελάχιστη απόσταση

- Μέτρηση της για $a = 0, \dots, 12\text{cm}$ σε βήματα που καθορίζονται από τον πειραματιστή σπουδαστή (π.χ. 5mm είτε 10mm)

- Κατασκευή πίνακα τιμών μέτρησης

- Κατασκευή γραφήματος $B = f(a)$, όπως και στο σχήμα 4

B) Απόσταση $b=R$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται όπως και στο εδάφιο Α

C) Απόσταση $b=2R$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται όπως και στο εδάφιο Α

Παρατηρήσεις

7. Το τεσλάμετρο πρέπει να ρυθμιστεί σε κατάλληλη περιοχή μέτρησης
8. Για τον τρόπο μέτρησης της απόστασης a δεν χρειάζεται η σύμφωνη γνώμη του τεχνικού υπευθύνου, ούτε οι υποδείξεις του

Αξιολόγηση των μετρήσεων

A) Προσδιορισμός του χώρου με ομογενές πεδίο $\left(\frac{\Delta B}{B} \leq 0.1 \right)$ στις περιπτώσεις

μέτρησης: α1) ελάχιστο δυνατό b α2) $b=R$ α3) $b=2R$

B) Υπολογισμός της B σε $N=320$ και $\alpha=0$ στις περιπτώσεις μέτρησης α1) ελάχιστο δυνατό b , α2) $b=R$, α3) $b=2R$ και σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές μέτρησης (σύγκριση σημαίνει υπολογισμός της απόκλισης της μιας από την άλλη τιμή)

Άσκηση Η29

Θερμότητα Joule

Θερμική ενέργεια

Η θερμότητα μπορεί να είναι επιθυμητή π.χ. σε σώματα θέρμανσης. Αλλά μπορεί να είναι και αντιεπιθυμητή, π.χ. στους κινητήρες ή στους μετασχηματιστές.

Θερμότητα και θερμοχωρητικότητα

Η θερμότητα είναι η κατά την θέρμανση παραγόμενη θερμική ενέργεια ή η κατά την ψύξη απολαμβανόμενη θερμική ενέργεια. Η μονάδα μέτρησης της θερμότητας, είναι το Joule: $1J = 1W_s$. Για μεγάλες ενέργειες χρησιμοποιείται και η κιλοβατώρα (kWh). Μια παλιά μονάδα μέτρησης είναι η θερμίδα (cal) ή η χλιοθερμίδα (kcal), η οποία, παρότι δεν προβλέπεται στο σύστημα SI, χρησιμοποιείται ευρέως. Η σχέση μετατροπής από την παλιά στην καινούρια μονάδα, είναι: $1J = 0.239cal$ ή $1cal = 4.19J$.

Η σχέση αυτή είναι το λεγόμενο θερμοηλεκτρικό ισοδύναμο, το οποίο είναι πλέον άνευ περιεχομένου λόγω κατάργησης της θερμίδας (cal). Κατά την θέρμανση ενός σώματος, στο σώμα προσδίδεται ενέργεια την οποία αποθηκεύει κάθε σώμα, π.χ. μια μεταλλική πλάκα, έχει λοιπόν μια αποθηκευτική ικανότητα για θερμότητα. Η αποθηκεύσιμη θερμότητα ανά μονάδα θερμοκρασίας ονομάζεται θερμοχωρητικότητα, της οποίας μονάδα μέτρησης είναι το $1 \frac{J}{K}$ (Joule ανά Κέλβιν). Δηλαδή ισχύει:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

Όπου Q η θερμότητα, C η θερμοχωρητικότητα και Δθ η διαφορά θερμοκρασίας.

Με την θερμοχωρητικότητα άμεσα σχετίζεται ένα άλλο μέγεθος, η ειδική θερμοχωρητικότητα. Αυτή αναφέρεται σε εκείνη την θερμότητα, η οποία είναι απαραίτητη ώστε η μονάδα μάζας (1kg) ενός υλικού να θερμανθεί κατά μια μονάδα της θερμοκρασίας (1K). Επομένως ισχύει:

$$c = \frac{C}{m} \quad \text{και} \quad Q = mc\Delta\theta$$

Η σχέση αυτή σημαίνει ότι η θερμική ενέργεια που είναι απαραίτητα για την θέρμανση του υλικού, ή η θερμική ενέργεια που απελευθερώνεται κατά την ψύξη του υλικού εξαρτάται από την ολική θερμοχωρητικότητα και από την μάζα του υλικού. Η μονάδα

μέτρησης της ειδικής θερμοχωρητικότητας είναι $[c] = \frac{kJ}{kg \cdot K}$

Το νερό είναι πολύ κατάλληλο για την ψύξη αλλά και για την αποθήκευση της θερμικής ενέργειας, επειδή η ειδική θερμοχωρητικότητα που είναι ιδιαίτερα μεγάλη και ίση με $4.19 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ ή $4.19 \frac{J}{g \cdot K}$, παλαιά $c = 1 \frac{kcal}{kg \cdot g}$ ή $c = 1 \frac{cal}{g \cdot g}$.

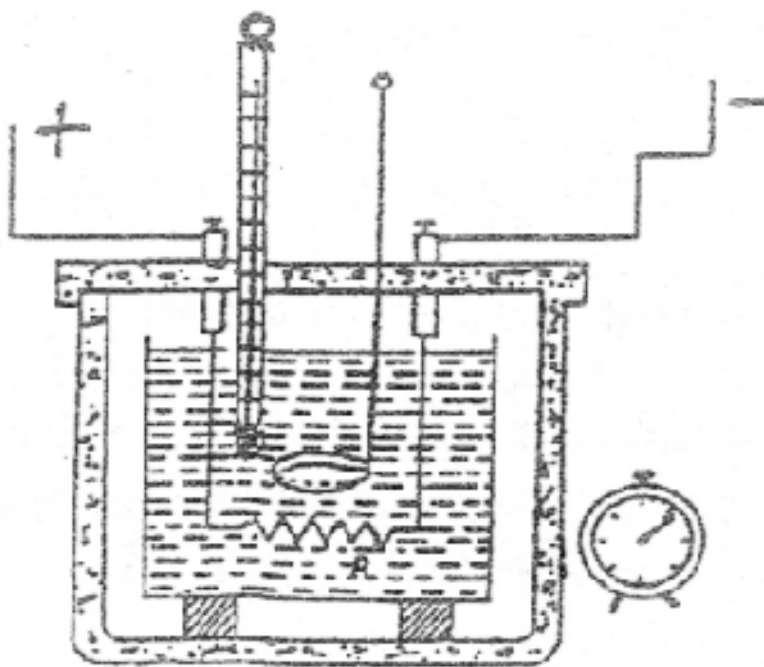
Για την ισχύ, από την σχέση $Q = mc\Delta\theta$, προκύπτει:

$$P = \frac{dQ}{dt} = mc \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Θερμιδομετρία

Η σχέση $C = \frac{Q}{\Delta\theta}$, ονομάζεται *εξίσωση της Θερμιδομετρίας*, εφόσον με γνωστή θερμοχωρητικότητα και μετά από μέτρηση της διαφοράς της θερμοκρασίας, επιτρέπει την μέτρηση της θερμοκρασίας, δηλαδή της θερμικής ενέργειας. Η ονομασία θυμίζει αμέσως την παλιά μονάδα μέτρησης της θερμίδας.

Οι συσκευές μέτρησης των ποσοτήτων θερμότητας φέρουν την συνοπτική ονομασία *Θερμιδόμετρα*.



Σχήμα 1 – Θερμιδόμετρο ανάμιξης

Στο σχήμα 1 απεικονίζεται η πιο απλή μορφή ενός θερμιδόμετρου, του θερμιδόμετρου ανάμιξης. Αυτό το δοχείο θερμιδομέτρησης είναι στο εσωτερικό δοχείο, το οποίο περιέχει το νερό θέρμανσης, το θερμόμετρο και τον αναδευτήρα. Το δοχείο αυτό βρίσκεται εντός ενός μεγαλύτερου δοχείου και χωρίζεται από το δεύτερο με κομμάτια φελλού και με

μανδύα αέρα. Το εξωτερικό δοχείο έχει διπλό τοίχωμα. Δι' αυτού, η θερμιδομετρική διάταξη προστατεύεται από τοιχόν διακυμάνσεις της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος.

Αναπάντητο έχει μείναι ακόμη το πρόβλημα της θερμικής πηγής ή της ενεργειακής πηγής, της οποίας όλη η ενέργεια μεταδίδεται στο νερό και εκφράζεται άμεσα από την σχέση $Q = mc\Delta\theta$. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα πρέπει να ισχύει:

Ενέργεια που παράγει η πηγή = Ενέργεια που απορροφά το νερό

$$W_{\pi\eta\gamma\eta\varsigma} = C\Delta\theta$$

Ή και αλλιώς: Η ισχύς της πηγής, θα πρέπει να ισούται με την ισχύ του αποδέκτη, δηλαδή του νερού. Άρα ισχύει:

$$P_{\pi\eta\gamma\eta\varsigma} = mc \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \equiv P_{\alpha\pi\omicron\delta\epsilon\kappa\tau\eta}$$

Ηλεκτρική ενέργεια

Ως γνωστόν, η ηλεκτρική ισχύς είναι:

$$P = UI$$

Η σχέση αυτή ισχύει όπωσδήποτε για συνεχές ρεύμα. Σε εναλλασσόμενο ρεύμα, η σχέση $P = UI$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε θερμαντικές συσκευές στις οποίες υπάρχουν μόνο ωμικές αντιστάσεις. Στην περίπτωση αυτήν με U, I , εννοούνται οι αντίστοιχες ενεργές τιμές του εναλλασσομένου ρεύματος. Άρα ισχύει:

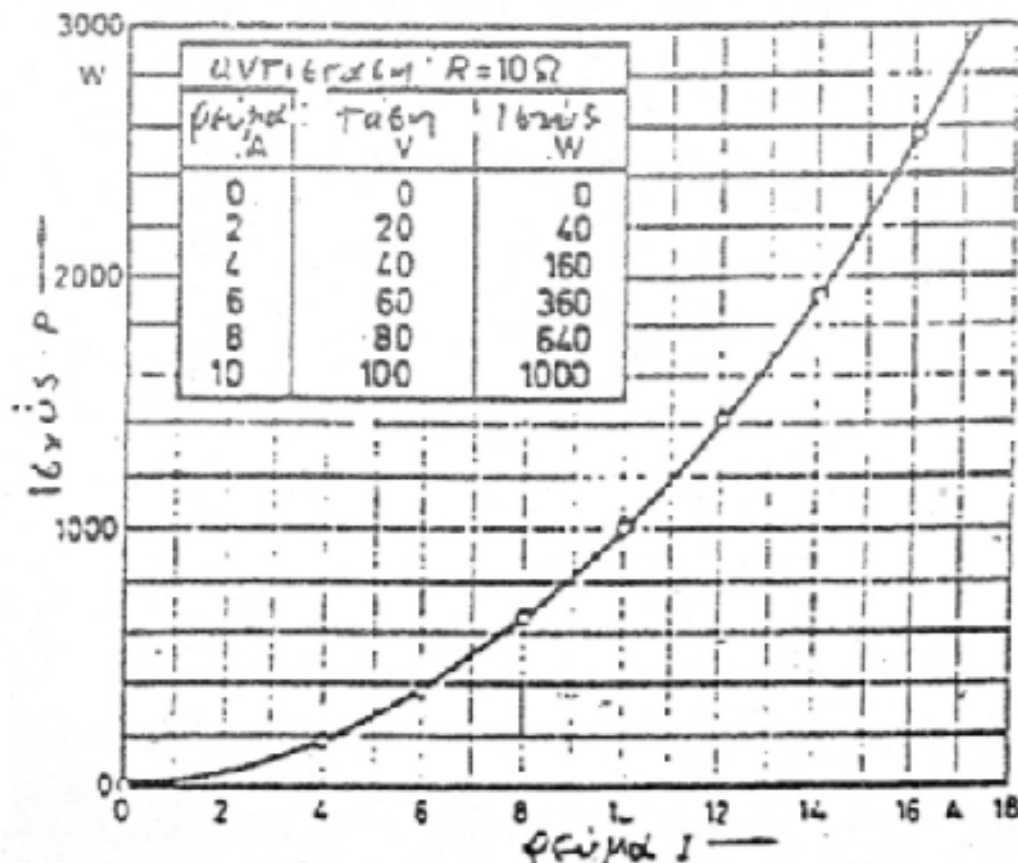
$$P = RI^2$$

Αυτό σημαίνει ότι σε έναν αποδέκτη σταθερής αντίστασης, η ισχύς αυξάνει με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος, δηλαδή σε π.χ. τριπλή ένταση του ρεύματος, η ισχύς γίνεται εννιά φορές μεγαλύτερη.

Αν στην σχέση $P = UI$, αντί I , τεθεί $\frac{U}{R}$, τότε θα έχουμε:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Άρα σε τριπλή τάση, η ισχύς γίνεται εννιά φορές μεγαλύτερη, όπως και στην περίπτωση του ρεύματος. Συνεπώς, ο υπολογισμός της ισχύος είναι δυνατός, εφόσον γνωστά είναι τα μεγέθη αντίσταση και ένταση του ρεύματος ή τα μεγέθη αντίσταση και τάση. Το σχήμα 2, αναφέρεται στην πρώτη περίπτωση, προκύπτει δε ότι η συνάρτηση $P = f(I)$ ή $P = f(U)$ είναι μια παραβολή.



Σχήμα 2 – Η ισχύς συναρτήσει της έντασης

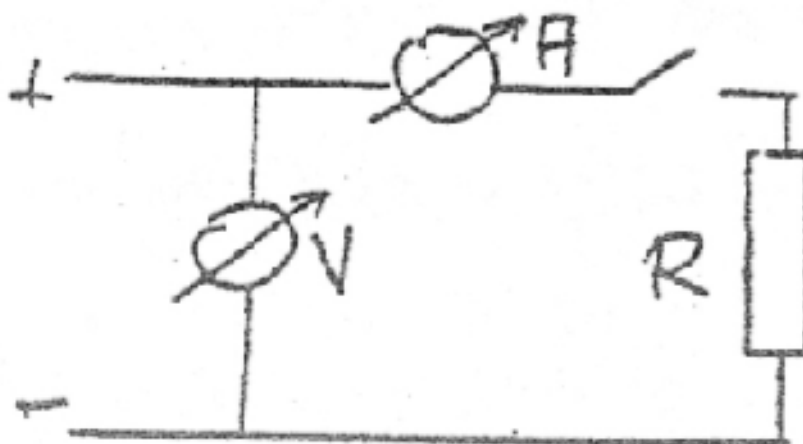
Το ηλεκτρικό έργο εξαρτάται από την ισχύ και από τον χρόνο. Για τούτο ισχύει:

$$W = Pt \text{ ή } dW = Pdt, \text{ όπου } [W] = [P][t] = Ws \leq kWh \text{ (που πληρώνουμε στην ΔΕΗ)}$$

Η ηλεκτρική ενέργεια υπολογίζεται έμμεσα μετά από μέτρηση της ισχύος και του χρόνου. Σε καθαρό ωμικό αποδέκτη η ηλεκτρική ενέργεια υπολογίζεται από τα αποτελέσματα των μετρήσεων της τάσης, της έντασης του ρεύματος και του χρόνου.

Ηλεκτρική ενέργεια ή ισχύς και θερμιδομετρία

Στο θερμιδόμετρο βυθίζεται μια ωμική αντίσταση, η οποία μέσω ενός αμπερομέτρου, συνδέεται με πηγή συνεχούς ή εναλλασσομένου ρεύματος.



Σχήμα 3 – Συνδεσμολογία του θερμιδομέτρου

Με την έναυση της λειτουργίας του κυκλώματος, στην αντίσταση παράγεται έργο, η θερμότητα Joule, η οποία μεταδίδεται πλήρως στο νερό. Επομένως, από τις σχέσεις

$$Q = mc\Delta\theta \text{ και } dW = Pdt, \text{ ισχύει:}$$

$$PI^2\Delta t = mc\Delta\theta$$

Διαιρώντας με τον χρόνο λαμβάνεται η εξίσωση ισχύος:

$$UI = RI^2 = mc \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Ο υπολογισμός της σχετικής θερμοχωρητικότητας του νερού, είναι δυνατός, εφόσον η τάση και η ένταση, η μάζα του νερού και η συνάρτηση $T = f(t)$ μπορούν να μετρηθούν

Πρακτικό μέρος

1. Προετοιμασία

1.1. Γέμισμα του θερμιδομέτρου με νερό των περίπου $V = 200\text{cm}^3$

Υπολογισμός της μάζας m του νερού ($m = \rho V$, με $\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $m = \frac{B}{g}$) δια

ογκομέτρησης ή ζύγισης

1.2. Πραγματοποίηση της συνδεσμολογίας του σχήματος 3

2. Μετρήσεις

2.1. Διαβίβαση ρεύματος έντασης $\leq 4\text{A}$

2.2. Ανάγνωση και καταγραφή των ενδείξεων U και I

2.3. Ανάγνωση και καταγραφή της αρχικής θερμοκρασίας T_0

2.4. Παρακολούθηση της θερμοκρασίας T συναρτήσει του χρόνου, καταγραφή των ενδείξεων κάθε δύο πρώτα λεπτά, κατασκευή αντίστοιχου πίνακα

3. Αξιολόγηση των μετρήσεων

3.1. Κατασκευή γραφικής παράστασης $\Delta\theta = T_2 - T_1 = f(\Delta t)$

3.2. Υπολογισμός του μεγέθους $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

3.3. Υπολογισμός της θερμότητας Joule ανά μονάδα χρόνου σε γνωστή ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού ($c = 4.19 J(gk)$) σύμφωνα με την σχέση

$$P_{\pi\eta\gamma\eta\varsigma} = mc \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \equiv P_{\alpha\pi\omicron\delta\epsilon\kappa\tau\eta}$$

3.4. Υπολογισμός της ηλεκτρικής ισχύος στην αντίσταση

3.5. Σύγκριση και ερμηνεία, σφάλμα