

Άσκηση Η4

Μέτρηση αντιστάσεων

Εφόσον στα άκρα ενός στοιχείου σύνδεσης εφαρμόζεται η τάση U και εφόσον το στοιχείο σύνδεσης διαρρέεται από ρεύμα έντασης I , τότε το πηλίκο $\frac{U}{I}$ είναι η αντίσταση του στοιχείου $R = \frac{U}{I}$. Σε περίπτωση που η αντίσταση R – ανεξάρτητα από το μέγεθος της τάσης U – είναι σταθερή, ισχύει ο νόμος του ΟΗΜ:

$$\frac{U}{I} = R = \text{σταθερή}$$

Ο νόμος του ΟΗΜ ισχύει για μεταλλικούς αγωγούς, αλλά και για ηλεκτρολυτικούς αγωγούς (μετά από εξουδετέρωση της τάσης πόλωσης), εφόσον η θερμοκρασία αυτών είναι σταθερή. Η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού είναι ανάλογη του μήκους l και αντιστρόφως ανάλογη της διατομής του A :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Το μέγεθος ρ , είναι μια χαρακτηριστική σταθερά του μετάλλου, η οποία ονομάζεται *ειδική αντίσταση*. Για τον χαλκό π.χ. ισχύει:

$$\rho = 1.72 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = 58 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}, \quad \text{όπου } \sigma \text{ είναι η αγωγιμότητα.}$$

Κατά την σύνδεση σε σειρά περισσότερων ωμικών αντιστάσεων, η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Κατά την παράλληλη σύνδεση, η ισοδύναμη αντίσταση δίνεται από την σχέση:

$$\frac{1}{R_{\text{ολ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Κατά την μικτή σύνδεση (σύνδεση σε σειρά και παράλληλη σύνδεση ταυτόχρονα), η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται με την βοήθεια των δύο παραπάνω σχέσεων. Μια γενική διατύπωση για την ισοδύναμη αντίσταση, είναι μεν δυνατή, αλλά όχι εφικτή.

Οι δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτουν ως εξής:

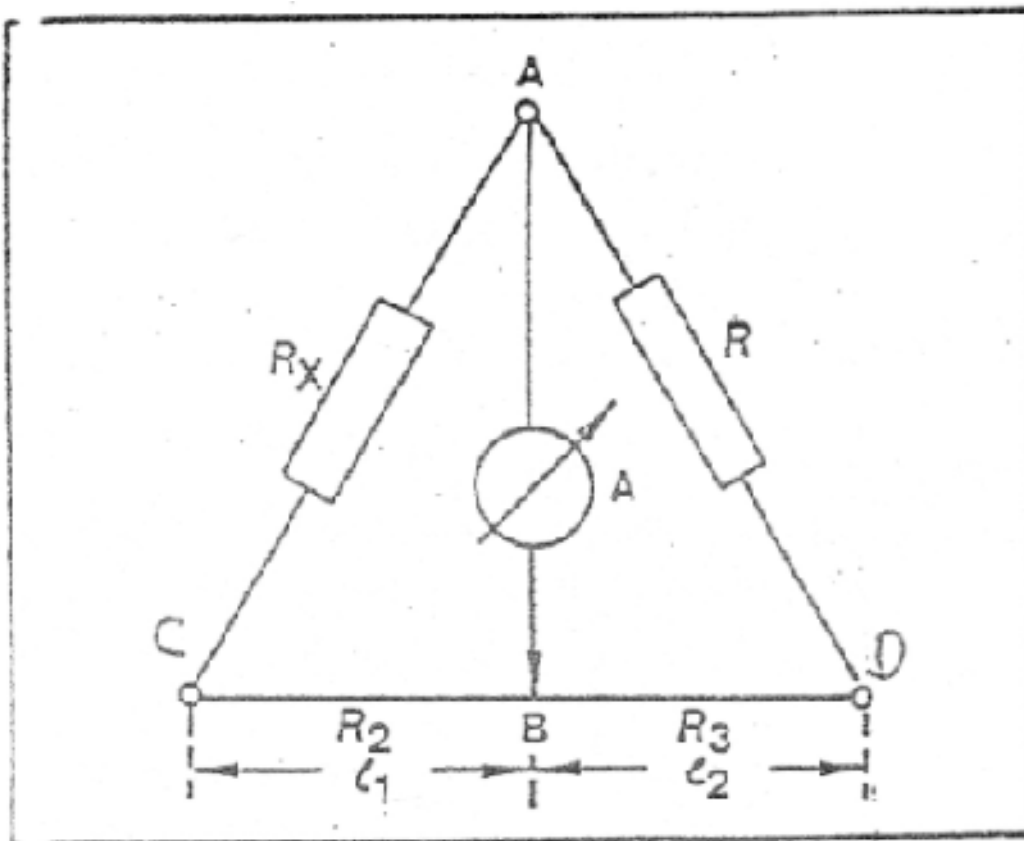
$$U_{\text{ολ}} = U_1 + U_2 \Rightarrow IR_{\text{ολ}} = IR_1 + IR_2 \Rightarrow R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2$$

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{U}{R_{ολ}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Πειραματικές διατάξεις

Μέτρηση αντίστασης με την γέφυρα WHEATSTONE

Μεταξύ των σημείων A,B,C,D του σχήματος 1, είναι διατεταγμένες οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3, R_4 . Στα σημεία C,D εφαρμόζεται μια χαμηλή τάση και στα σημεία A,B ένα αμπερόμετρο.



Σχήμα 1 – Γέφυρα WHEATSTONE

Το ρεύμα I , ερχόμενο από την πηγή, διακλαδίζεται στα σημεία C,D και – σε γενική περίπτωση – και στα σημεία A,B. Οι τέσσερις αντιστάσεις, μπορούν να ρυθμιστούν έτσι ώστε η γέφυρα να μην είναι ρευματοφόρα και το γαλβανόμετρο να μην έχει καμία ένδειξη. Αυτό σημαίνει ότι μεταξύ A και B δεν υπάρχει διαφορά τάσης (τα σημεία αυτά έχουν την ίδια τάση). Αυτό σημαίνει περαιτέρω, ότι η τάση $U_{AC} = U_{BC}$ και ότι η τάση $U_{AD} = U_{BD}$. Οι τάσεις αυτές μπορούν να υπολογιστούν με την βοήθεια του νόμου του OHM. Απ'αυτόν προκύπτει:

$$U_{AC} = U_{BC} \Rightarrow I_x R_x = I_2 R_2 \quad \text{και δια διαίρεσης αυτών:}$$

$$U_{AD} = U_{BD} \Rightarrow I R = I_3 R_3$$

$$\frac{I_x R_x}{IR} = \frac{I_2 R_2}{I_3 R_3}$$

Εφόσον όμως η γέφυρα δεν είναι ρευμαροφόρα, ισχύει και $I_x = I$ και $I_2 = I_3$, οπότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται σε:

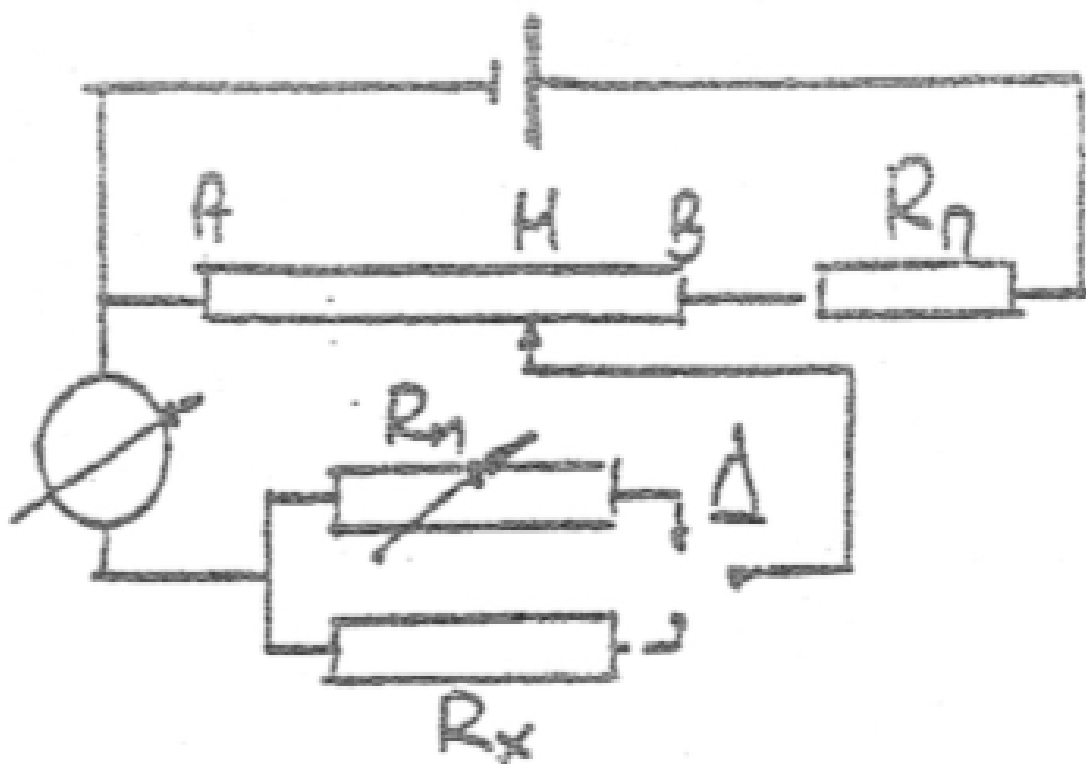
$$R_x = R \frac{R_2}{R_3}$$

Αντικαθιστώντας τις αντιστάσεις R_2, R_3 με σύρματα ίδιας διατομής και με μήκη l_1 και l_2 , σύμφωνα με την σχέση $R = \rho \frac{l}{A}$, προκύπτει:

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} R, \text{ οπότε η άγνωστη αντίσταση } R_x \text{ μπορεί να μετρηθεί χωρίς δυσκολία.}$$

Μέτρηση αντίστασης με αντικατάσταση

Η άγνωστη αντίσταση R_x συνδέεται μαζί με ένα αμπερόμετρο σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, στο οποίο εφαρμόζεται μια συνεχής τάση από μια σταθερή πηγή. Το αμπερόμετρο δείχνει την ένταση του ρεύματος, η οποία διαρρέει την αντίσταση. Με αντικατάσταση της άγνωστης αντίστασης R_x με μια γνωστή αντίσταση R_n , το ρεύμα έχει κατά κανόνα μια άλλη τιμή. Για τον λόγο αυτόν, η αντίσταση R_n θα πρέπει να είναι έτσι ρυθμιζόμενη, ώστε με την βοήθεια αυτής να ρυθμίζεται η ίδια η τιμή της έντασης του ρεύματος. Η αντίσταση R_n όμως είναι ίση με την αντίσταση R_x .



Σχήμα 2 – Συνδεσμολογία δι'αντικατάστασης

Η τάση είναι ρυθμισίμη, μέσω μιας ποτενσιομετρικής συνδεσμολογίας. Για τον λόγο αυτόν, χρήσιμη είναι μια αντίσταση, η οποία πέρα από τους ακροδέκτες A και B, έχει και μια ενδιάμεση απολαβή M. Στα σημεία A και B εφαρμόζεται η ολική τάση της πηγής, ενώ η τάση για το πείραμα εφαρμόζεται στα σημεία A και M. Άρα η τάση αυτή είναι ρυθμιζόμενη στο μηδέν ($AM=0$) μέχρι μια μέγιστη τιμή ($AM=AB$). Για μια καλύτερη ρύθμιση, προβλέπεται και η προαντίσταση R_n . Για την γρήγορη αλλαγή των R_n και R_x χρησιμεύει ο μεταγωγέας Δ.

Μετρήσεις

1. Μετρήσεις με την γέφυρα WEANTSTONE

1.1. Ρύθμιση της γέφυρας στην περιοχή A (Ampere) και μετά ρύθμιση των περιοχών mA

1.2. Η αντίσταση R_n θα πρέπει να επιλέγεται έτσι, ώστε $\frac{I_1}{I_2} \approx 1$ (γιατί;)

1.3. Μέτρηση 6 αντιστάσεων οι οποίες είναι άγνωστες

1.4. Μέτρηση 3 ζευγών αντιστάσεων σε σύνδεση κατά σειρά και σε παράλληλη σύνδεση

1.5. Μαθηματικός υπολογισμός σύμφωνα με τις δύο σχέσεις:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

1.6. Σύγκριση των τιμών υπολογισμών και μέτρησης

2. Μετρήσεις με την μέθοδο της αντικατάστασης

2.1. Ρύθμιση $AM = 0$

2.2. Σύνδεση της αντίστασης R_x . Αύξηση της τάσης δια αύξησης της $\overline{AM}$ έτσι ώστε το αμπερόμετρο να έχει μετρήσιμη ένδειξη

2.3. Ρύθμιση της μέγιστης τιμής της R_n

2.4. Μεταγωγή στην θέση R_n . $\overline{AM}$ σταθερή. Δια ελάττωσης της R_n , στο αμπερόμετρο επιτυγχάνεται τελικά η ίδια ένδειξη όπως και στο εδάφιο 2.2. Άρα ισχύει:

$$R_x = R_n$$

2.5. Μέτρηση 6 αγνώστων αντιστάσεων (αυτών του εδαφίου 1.3).

3. Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων με υπολογισμό των σφαλμάτων