

Άσκηση Η31

Ο λόγος $\frac{e}{m}$ του ηλεκτρονίου

Το ηλεκτρόνιο σε ηλεκτρικό πεδίο

Επιτάχυνση του ηλεκτρονίου

Ένα ηλεκτρόνιο φορτίου $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ και μάζας $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, το οποίο βρίσκεται στον χώρο επιρροής ενός ηλεκτρικού πεδίου, υφίσταται την επιρροή του. Πάνω του ασκείται η ηλεκτρική δύναμη $F = eE_x$ και του προσδίδει επιτάχυνση: $m \frac{du_x}{dt} = eE_x$

Συνεπώς, υπό την προϋπόθεση, ότι η αρχική του ταχύτητα $U_{0,x} = 0$, για την ταχύτητά του μετά από χρόνο t , προκύπτει

$$u_x = \frac{e}{m} E_x t$$

Με $X_0 = 0$, για το διάστημα που διανύει στον ίδιο χρόνο, ισχύει:

$$X = \frac{1}{2} \frac{eE_x}{m} t^2$$

Εξετάζοντας το πρόβλημα ενεργειακά και όχι κινηματικά – όπως παραπάνω – διαπιστώνεται ότι ισχύει το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Η ηλεκτρική δύναμη, παράγει ένα έργο, το οποίο μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Επειδή

$$dW = dE_k$$

$$Fa_x = d\left(\frac{m}{2} U_x^2\right)$$

$$W = \int_0^x F_x a_x = F_x X = eE_x \frac{1}{2} \frac{eE_x}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 E_x^2}{m} t^2$$

$$E_k = \int d\left(\frac{m}{2} U_x^2\right) = \frac{m}{2} U_x^2 = \frac{m}{2} \frac{e^2 E_x^2}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 E_x^2}{m} t^2$$

Από τις σχέσεις αυτές, οι οποίες προκύπτουν, μετά χρήσης των δύο σχέσεων

$$U_x = \frac{e}{m} E_x t$$

$$X = \frac{1}{2} \frac{eE_x}{m} t^2, \text{ συμπεραίνεται η ορθότητα της κινηματικής και της ενεργειακής άποψης.}$$

Μετά απαλοιφής του χρόνου t των δύο παραπάνω σχέσεων, για το διάστημα και την ταχύτητα προκύπτουν αντίστοιχα:

$$x = \frac{1}{2 \frac{e}{m} E_x} U_x^2 \quad x=1$$

$$, \text{ και με } E_x = \frac{U_x}{l}, \text{ έχουμε: } u_x^2 = 2 \frac{e}{m} U_x \Rightarrow \frac{m}{2} u_x^2 = e U_x$$

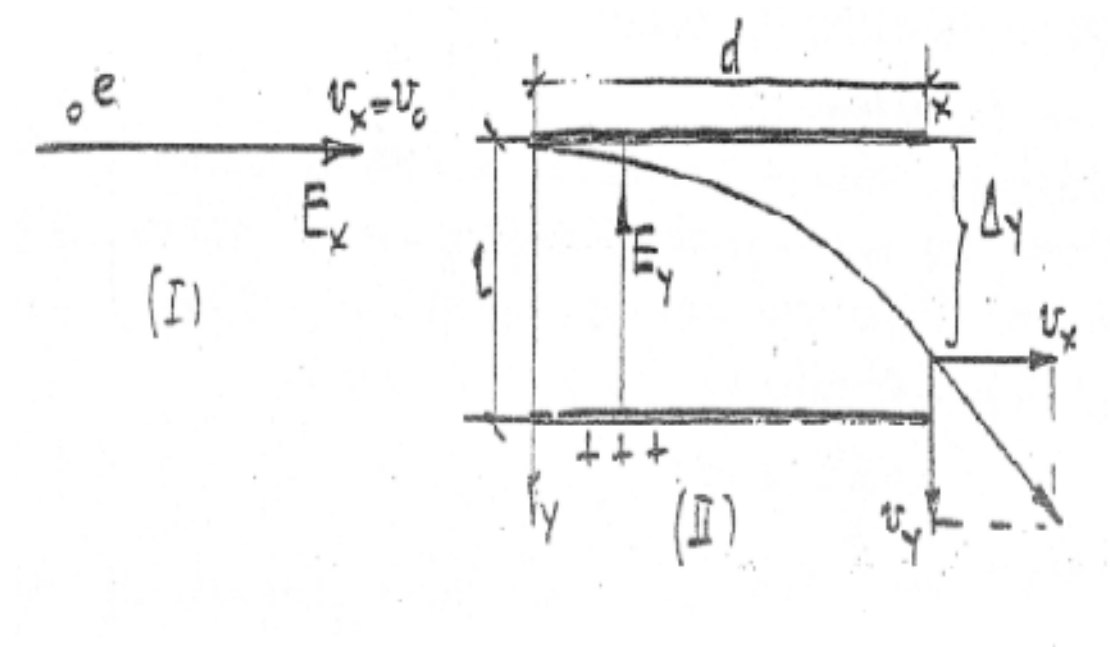
$$u_x^2 = 2 \frac{e}{m} E_x x$$

Εκτροπή του ηλεκτρονίου στο ηλεκτρικό πεδίο

Έστω ότι ένα ηλεκτρόνιο έχει επιταχυνθεί αποκτώντας, σύμφωνα με την σχέση

$$u_x^2 = 2 \frac{e}{m} U_x \Rightarrow \frac{m}{2} u_x^2 = e U_x, \text{ μια ταχύτητα } U_x. \text{ Το ηλεκτρόνιο αφεύεται τώρα να}$$

εισχωρήσει σε ένα δεύτερο ηλεκτρικό πεδίο E_y . Το σχήμα 1 αποσαφηνίζει την κατάσταση.



Σχήμα 1

Για το ηλεκτρικό πεδίο (II) ισχύουν οι εξισώσεις δυνάμεων:

$$m\ddot{x} = 0$$

$$m\ddot{y} = eE_y$$

$$u_x = u_0$$

$$u_y = \frac{e}{m} E_y t$$

$$x = u_0 t$$

$$y = \frac{e}{m} E_y \frac{t^2}{2}$$

Με $E_y = \frac{U_y}{l}$ και διάπαλσιφής του χρόνου, προκύπτει:

$$y = \frac{e}{2m} \frac{U_y}{lu_0^2} x^2$$

Δίνοντας στην σχέση αυτήν την μορφή:

$$y = \frac{e}{4l} \frac{U_y}{\frac{m}{2} u_0^2} x^2 = \frac{e}{4l} \frac{U_y}{E_{k,0}} x^2, \text{ βλέπουμε ότι η τιμή της συντεταγμένης } y, \text{ εξαρτάται από την}$$

αρχική κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου.

Στην έξοδο του πυκνωτή ισχύει $x = d$. Άρα από την σχέση $y = \frac{e}{2m} \frac{U_y}{lu_0^2} x^2$, προκύπτει:

$$y = \delta y = \frac{e}{m} \frac{U_y}{2lu_0^2} d^2$$

Άρα μετρώντας – κατά κάποιον τρόπο – την απόκλιση Δ_y και με γνωστά όλα τα άλλα μεγέθη, ο υπολογισμός του λόγου $\frac{e}{m}$ είναι δυνατός:

$$\frac{e}{m} = \frac{2lu_0^2}{U_y} \frac{\Delta_y}{d^2}$$

Αλλά η ταχύτητα u_0 του ηλεκτρονίου ως προς τον άξονα x , δεν είναι γνωστή, εφόσον δεν ταυτίζεται πλήρως με την ταχύτητα $\sqrt{\frac{2eU_x}{m}}$, λόγω του ότι βγαίνοντας από την κάθοδο έχει ήδη μια ταχύτητα ή κινητική ενέργεια που οφείλεται στην θέρμανση της καθόδου.

Εκτροπή του ηλεκτρονίου στο μαγνητικό πεδίο

Για την εκτροπή ισχύει η σχέση $\Delta_y = y = \frac{u_0}{\omega} (1 - \sin \omega t)$

Ηλεκτρόνιο σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

Οι εκτροπές αναιρούνται, εφόσον οι δυνάμεις έχουν το ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά. Επομένως ισχύει:

$$F_{\text{ΗΛ}} = F_{\text{ΜΓ}}$$

$$eE = eu_0B$$

$$u_0 = \frac{E}{B}$$

Στην περίπτωση αυτή, το ηλεκτρόνιο διαπερνά τα πεδία E και B

Πρακτικό μέρος

1. Αναγνώριση της διάταξης μέτρησης

1.1. Λυχνία εκτροπής

Η λυχνία εκτροπής αποτελείται από την κάθοδο (K), την άνοδο (A) και την πλάκα εμφάνισης της ηλεκτρονικής δέσμης, με δύο ηλεκτρόδια για την εφαρμογή υψηλής τάσης. Το εσωτερικό της λυχνίας είναι αερόκενο

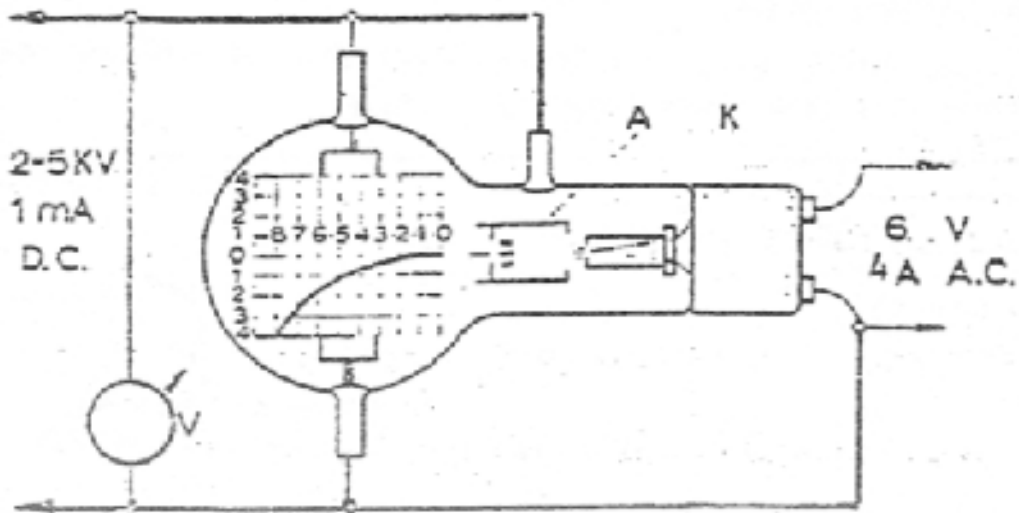
Η κάθοδος αποτελείται από νήμα δύστηκτου υλικού στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται μια χαμηλή τάση, ώστε να διαρρέεται από ρεύμα και να θερμαίνεται. Λόγω της θέρμανσης, ορισμένα ηλεκτρόνια υπερνικούν τις δυνάμεις που τα συγκρατούν στο μέταλλο και εγκαταλείπουν το νήμα εισχωρώντας στον αερόκενο χώρο.

Η άνοδος έχει υψηλό δυναμικό σε σχέση με την κάθοδο. Συνεπώς, τα ηλεκτρόνια, τα οποία ελευθερώνονται να βρίσκονται υπό την επίδραση ενός ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου και της αντίστοιχης ηλεκτρικής δύναμης. Δι' αυτού επιταχύνονται και αποκτούν κινητική ενέργεια, ίση με το έργο της ηλεκτρικής δύναμης.

Ακριβώς στον άξονα του γυάλινου σωλήνα, η άνοδος έχει ένα μικρό άνοιγμα. Τα ηλεκτρόνια, τα οποία πέφτουν σ' αυτό το άνοιγμα, σχηματίζουν διαπερνώντας το μια λεπτή ηλεκτρονική δέσμη που πέφτει πάνω στην πλάκα εμφάνισης. Αυτή αποτελείται από φύλλο μίκας και έχει εκατοστομετρική διαγράμμιση. Η μίκα είναι ένα φθερίζον υλικό, ώστε να γίνεται δυνατή η παρατήρηση της τροχιάς της ηλεκτρονικής δέσμης.

Εξ' άλλου, στις πλευρές του φύλλου μίκας, οι οποίες είναι παράλληλες προς τον άξονα της λυχνίας, υπάρχουν δύο ηλεκτρόδια σε μορφή πλακών, τα οποία απέχουν μεταξύ τους, απόσταση ίση με 5 cm. Στα ηλεκτρόδια αυτά εφαρμόζεται μια υψηλή τάση, σχηματίζεται δηλαδή στον ενδιάμεσο χώρο ένα υψηλό ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο αποτελεί το πεδίο εκτροπής των ηλεκτρονίων.

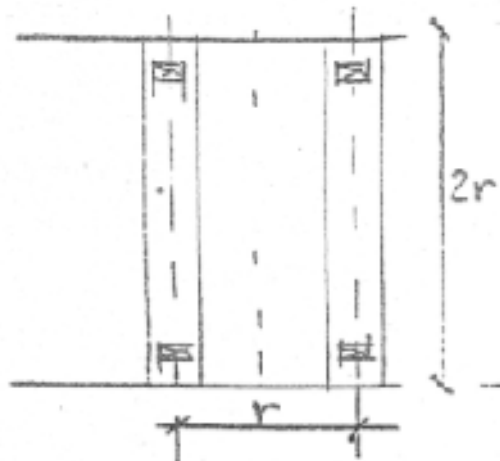
Η λυχνία εκτροπής μαζί με την συνδεσμολογία της, απεικονίζεται στο σχήμα 1.



Εικόνα 1 – Λυχνία εκτροπής

Πηνία HELMHOLTZ

Η μαγνητική απόκλιση της μαγνητικής δέσμης υλοποιείται με την βοήθεια των πηνίων HELMHOLTZ, τα οποία συνδέονται σε σειρά και εφάπτονται στην γυάλινη σφαίρα της λυχνίας (βλέπε σχήμα 2)



Εικόνα 2 – Πηνία HELMHOLTZ

Η μαγνητική επαγωγή στο κέντρο της σφαίρας είναι:

$$B = \frac{32\pi n}{5\sqrt{5}r} 10^{-7} I \quad [B] = T \quad \text{όπου } n = 320 \text{ είναι ο αριθμός των σπειρών του}$$

κάθε πηνίου $r = 6.8 \cdot 10^{-2} m$

I – η ένταση του ρεύματος σε A $I \square 1A$

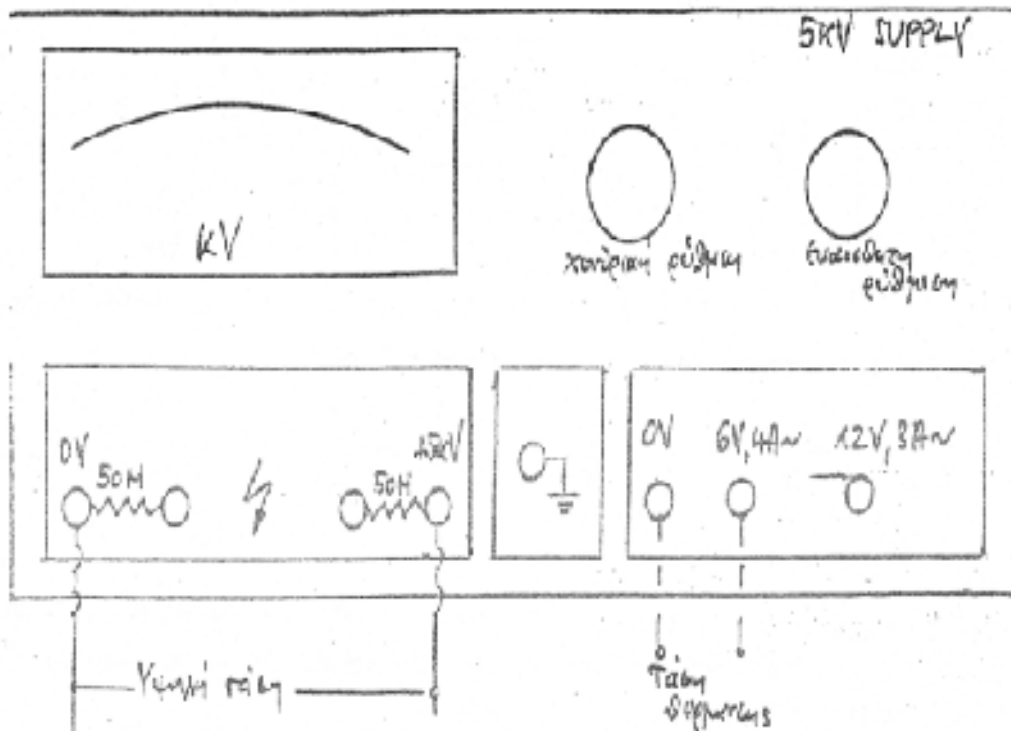
Έτσι προκύπτει:

$$B = 4.35 \cdot 10^{-3} I$$

Κυκλώματα

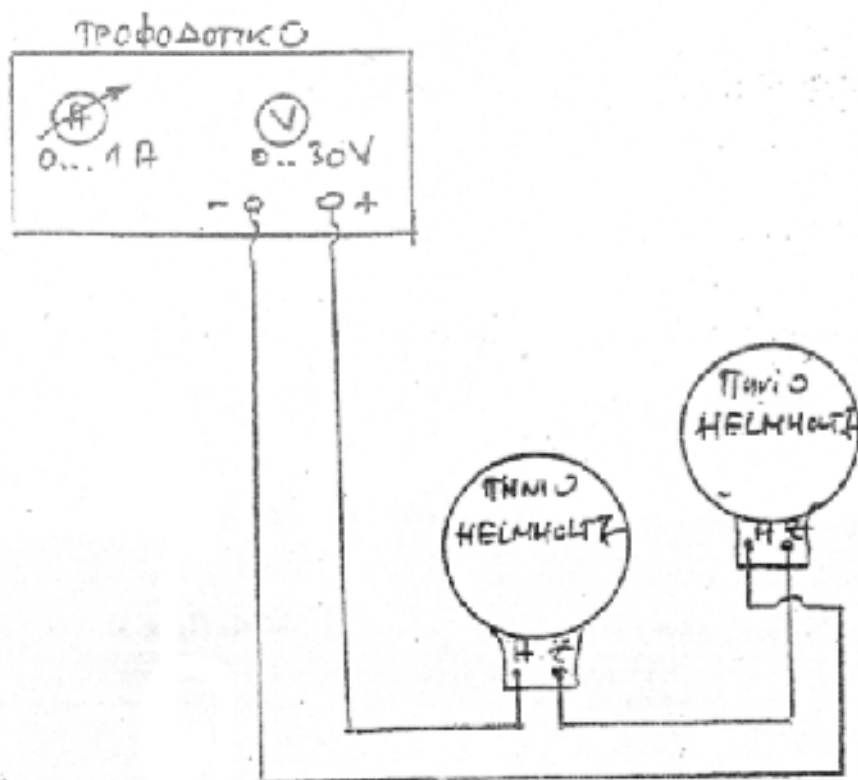
Κύκλωμα υψηλής τάσης

Το κύκλωμα της υψηλής τάσης ήδη αναφέρεται στο σχήμα 1. Κάτω από τις συγκεκριμένες συνθήκες του εργαστηρίου ισχύει:



Κύκλωμα υψηλής τάσης

Κύκλωμα χαμηλής τάσης



Κύκλωμα χαμηλής τάσης

Μετρήσεις

Μέτρηση της έντασης E και της επαγωγής B

1. Ρύθμιση της υψηλής τάσης σε $U = 2.5KV$ και παρατήρηση της τροχιάς της ηλεκτρονικής δέσμης
2. Κλείσιμο του διακόπτη του τροφοδοτικού χαμηλής τάσης. Ρύθμιση της έντασης του ρεύματος έτσι, ώστε η τροχιά των ηλεκτρονίων να είναι ευθεία και να διαπερνά το σημείο 10 του φύλλου της μίκας.
3. Υπολογισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε $l = 5 \cdot 10^{-2} m$ από την σχέση $E = \frac{U}{l}$ και της μαγνητικής επαγωγής με l σε A από την σχέση $B[T] = 4.35 \cdot 10^{-3} I$
4. Επανάληψη των 3 πιο πάνω χειρισμών, για όλες τις τιμές υψηλής τάσης σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα

U/V	$E/V/m$	I/A	B/T	$\frac{B^2}{T^2}$	x/m	y/m	R/m	$\frac{B^2 R}{T^2 \cdot m}$	
2500									
3000									
3500									
4000									
4500									
5000									

5. Αποσύνδεση της υψηλής τάσης

Μέτρηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών

1. Επανασύνδεση της λυχνίας εκτροπής με υψηλή τάση, αλλά μόνο για την τάση επιτάχυνσης. Το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης της μίκας μένει αποσυνδεδεμένο.
2. Ρύθμιση των ίδιων ζευγών τιμών για την υψηλή τάση και την ένταση του ρεύματος, δηλαδή αυτών των τιμών που έχουν ήδη καταγραφεί στον παραπάνω πίνακα. Δι' αυτού, παρατηρείται η κίνηση των ηλεκτρονίων κάτω από την επίδραση μόνο του μαγνητικού πεδίου
3. Καταχώρηση των τιμών x και y ενός σημείου της τροχιάς στον παραπάνω πίνακα.
4. Διακοπή των κυκλωμάτων

5. Υπολογισμός της ακτίνας $R = \frac{(x^2 + y^2)}{2y}$

6. Συμπλήρωση του πίνακα και υπολογισμός του λόγου $\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 R}$ για τις διάφορες περιπτώσεις

7. Υπολογισμός της μέσης τιμής του λόγου $\frac{e}{m} : \overline{\frac{e}{m}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{e}{m} \right)$

8. Το φορτίο των ηλεκτρονίων είναι $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της μάζας m

$$\overline{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{e}{\left(\frac{e}{m} \right)_i} = \frac{e}{n} \sum_{i=1}^n \frac{e}{\left(\frac{e}{m} \right)_i} = \frac{e}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{m}{e} \right)_i$$

9. Κατασκευή του γραφήματος $E = f(B^2 R)$ και υπολογισμός του λόγου $\frac{e}{m}$ από την κλίση της ευθείας
10. Σύγκριση του αποτελέσματος του εδαφίου 9 με το αποτέλεσμα του εδαφίου 7 και με την βιβλιογραφία